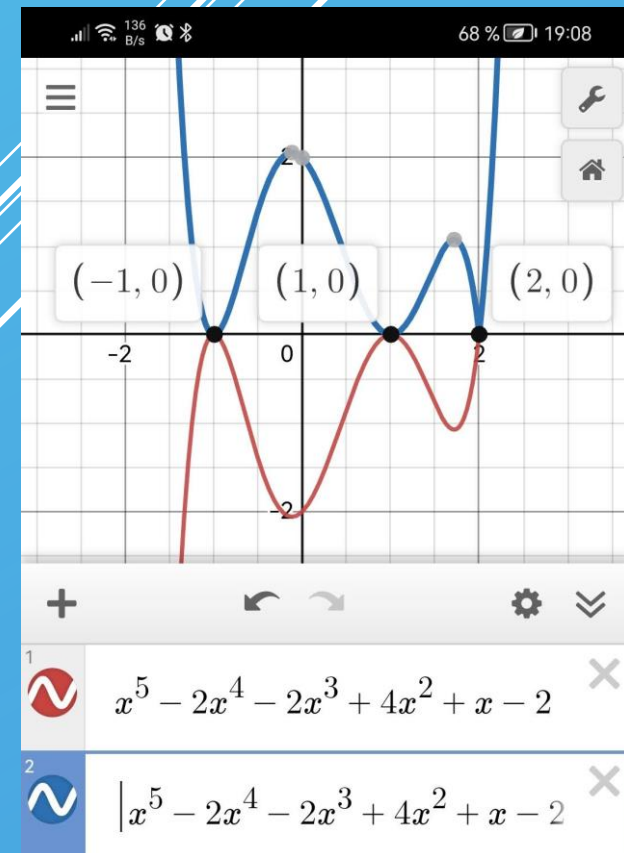


POLINOMI IN POMOČ SODOBNE IKT TEHNOLOGIJE

Pripravil: Miha Simončič

Srednja tehniška in poklicna šola Trbovlje

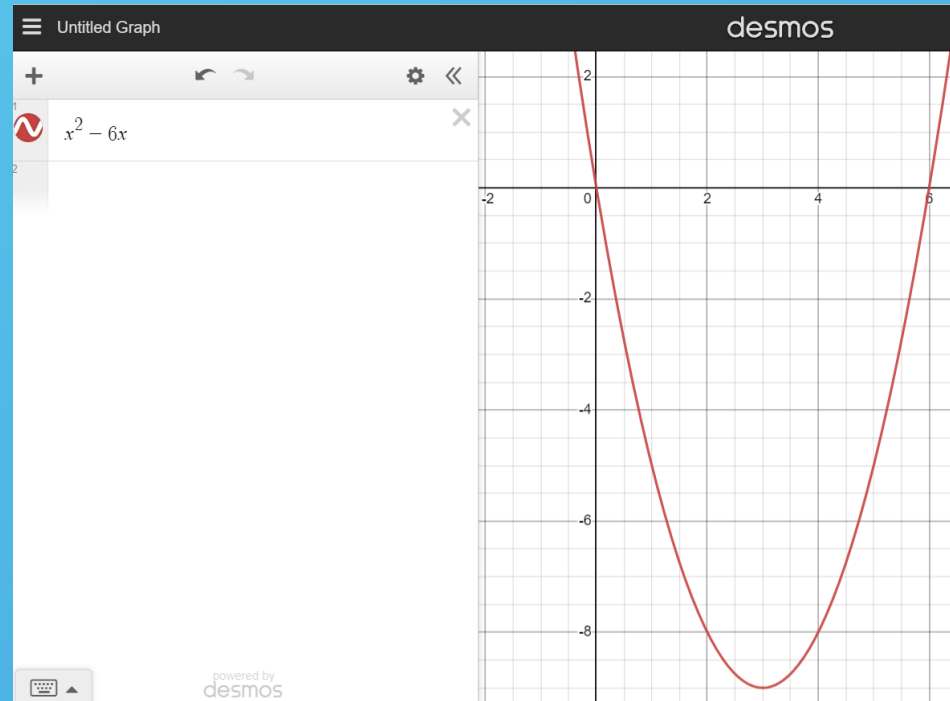


1.1 POLINOMI V SREDNJI ŠOLI

3. letnik

UVOD V POLINOME

- ▶ Zapišemo definicijo
- ▶ **Razložimo:** vodilni koeficient, vodilni člen, prosti koeficient, prosti člen
- ▶ Povemo kaj je **stopnja** polinoma
- ▶ Narišemo **primer** polinoma



11) $x^2 - 6x = 0$
 $x(x-6) = 0$
 $x_1 = 0$
 $x_2 = +6$

12) $4x - x^2 = 0$
 $x(4-x) = 0$
 $x_1 = 0$
 $x_2 = +4$

13) $x = 5x^2$
 $x - 5x^2 = 0$
 $x(1-5x) = 0$
 $x_1 = 0$
 $x_2 = \frac{1}{5}$

14) $x^2 = 3x$
 $x^2 - 3x = 0$
 $x(x-3) = 0$
 $x_1 = 0$
 $x_2 = 3$

15) $3x^2 = 5x$
 $3x^2 - 5x = 0$
 $x(3x-5) = 0$
 $x_1 = 0$
 $x_2 = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$

16) $5x^2 - 3x = 0$
 $x(5x-3) = 0$
 $x_1 = 0$
 $x_2 = \frac{3}{5}$

17) $\sqrt{3}x^2 + 2x = 0$
 $x(\sqrt{3}x+2) = 0$
 $x_1 = 0$
 $x_2 = -\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}} = -\frac{2\sqrt{3}}{3}$

18) $\frac{4}{5}x^2 + \frac{2}{10}x = 0$
 $\frac{8}{10}x^2 + \frac{2}{10}x = 0 / \cdot 10$
 $8x^2 + 2x = 0$
 $2x(4x+1) = 0$
 $x_1 = 0$
 $x_2 = -\frac{1}{4}$

19) $\frac{5}{6}x^2 = \frac{3}{4}x$
 $\frac{5}{6}x^2 - \frac{3}{4}x = 0 / \cdot 12$
 $10x^2 - 9x = 0$
 $x(10x-9) = 0$
 $x_1 = 0$
 $x_2 = \frac{9}{10}$

20) $\frac{1}{3}x^2 = -\frac{3}{4}x$
 $\frac{1}{3}x^2 + \frac{3}{4}x = 0 / \cdot 12$
 $4x^2 + 9x = 0$
 $x(4x+9) = 0$
 $x_1 = 0$
 $x_2 = -\frac{9}{4} = -2\frac{1}{4}$

1.2 POLINOMI V SREDNJI ŠOLI

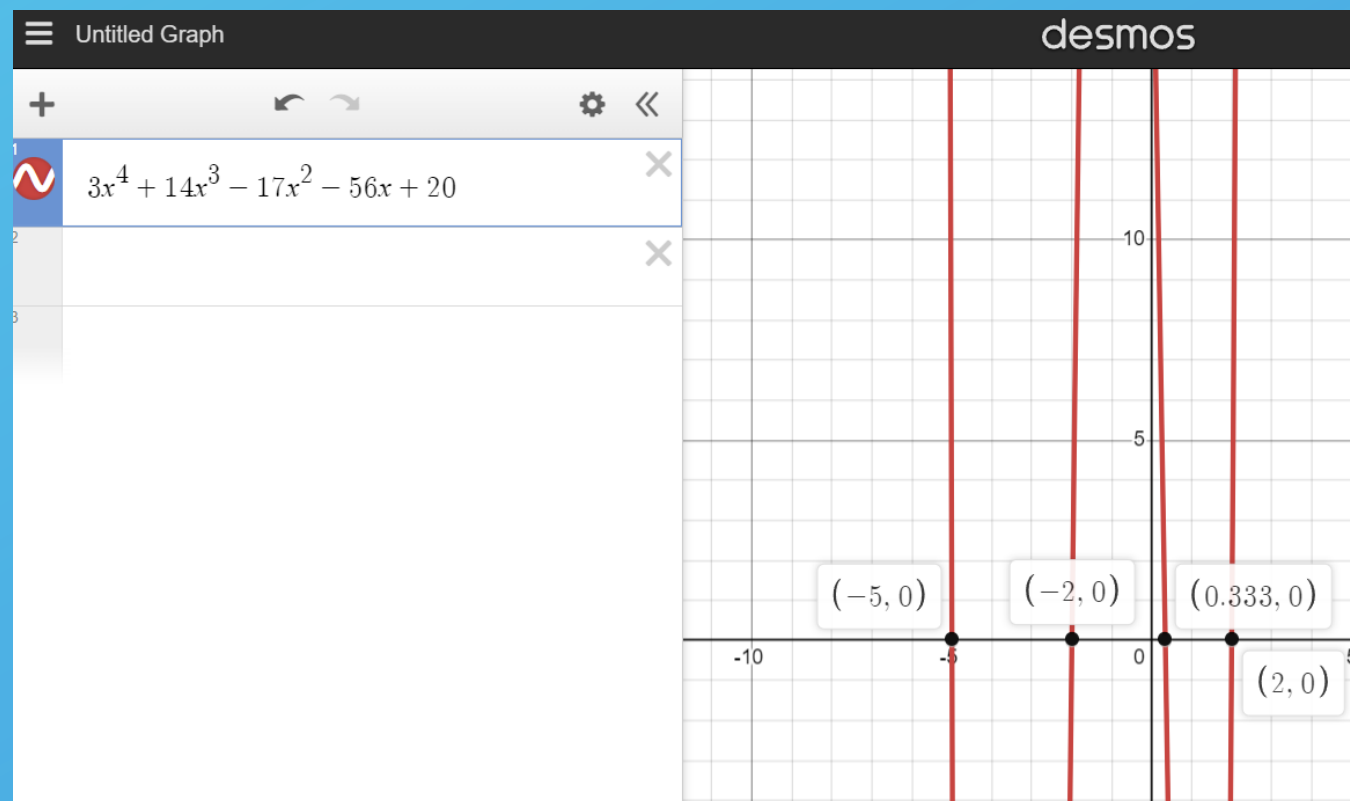
3. letnik

NIČLE POLINOMA in DESMOS

- ▶ Z razstavljanjem
- ▶ S pomočjo diskriminante
- ▶ S Hornerjevim algoritmom

Poišči vse ničle polinoma:

a) $p(x) = 3x^4 + 14x^3 - 17x^2 - 56x + 20$



1.3 POLINOMI V SREDNJI ŠOLI

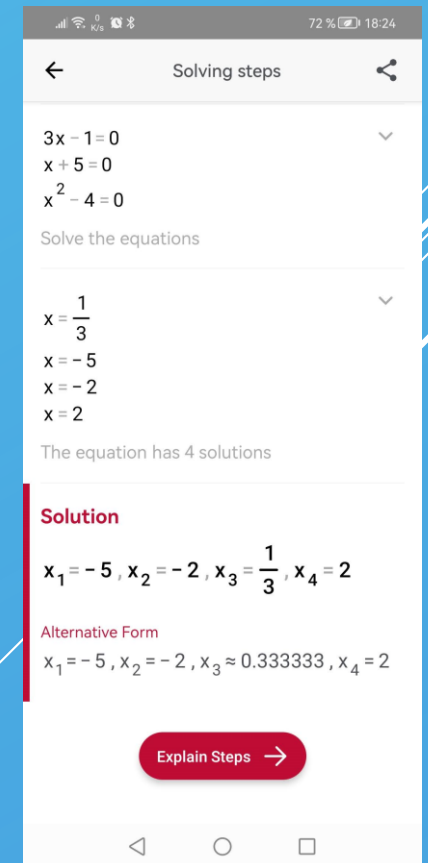
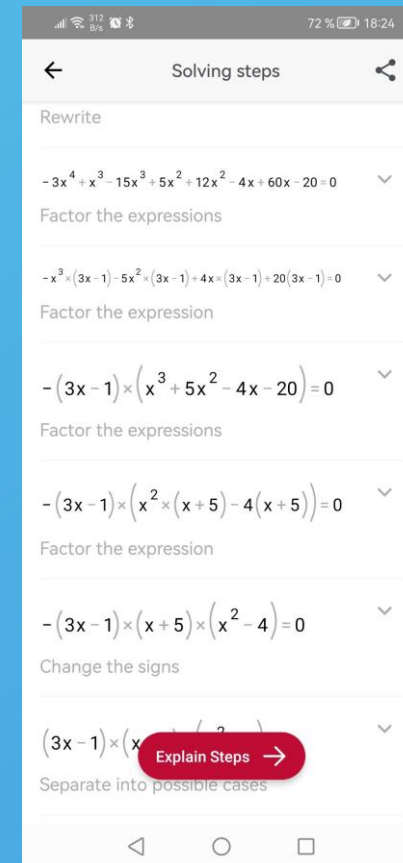
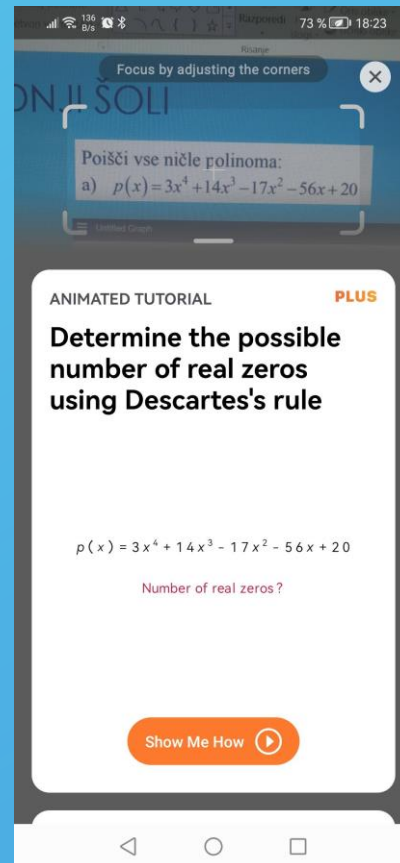
3. letnik

NIČLE POLINOMA in PHOTOMATH

- ▶ Mobilna aplikacija
- ▶ Ne pozna Hornerjevega algoritma
- ▶ Zapiše postopke z razstavljanjem polinoma

Poišči vse ničle polinoma:

$$\text{a) } p(x) = 3x^4 + 14x^3 - 17x^2 - 56x + 20$$



2.1 GRAF POLINOMA

GRAF POLINOMA

1) Graf polinoma je nepretrgana krivulja. To imenujemo tudi, da je zvezna funkcija.

2) Če želimo narisati graf polinoma, moramo obločiti:

2.1. NIČLE (presečišče z x-osojo)
 SODE LINE

2.2. Začetna vrednost!
 $p(0) = y_0$
 $T(0, y_0)$

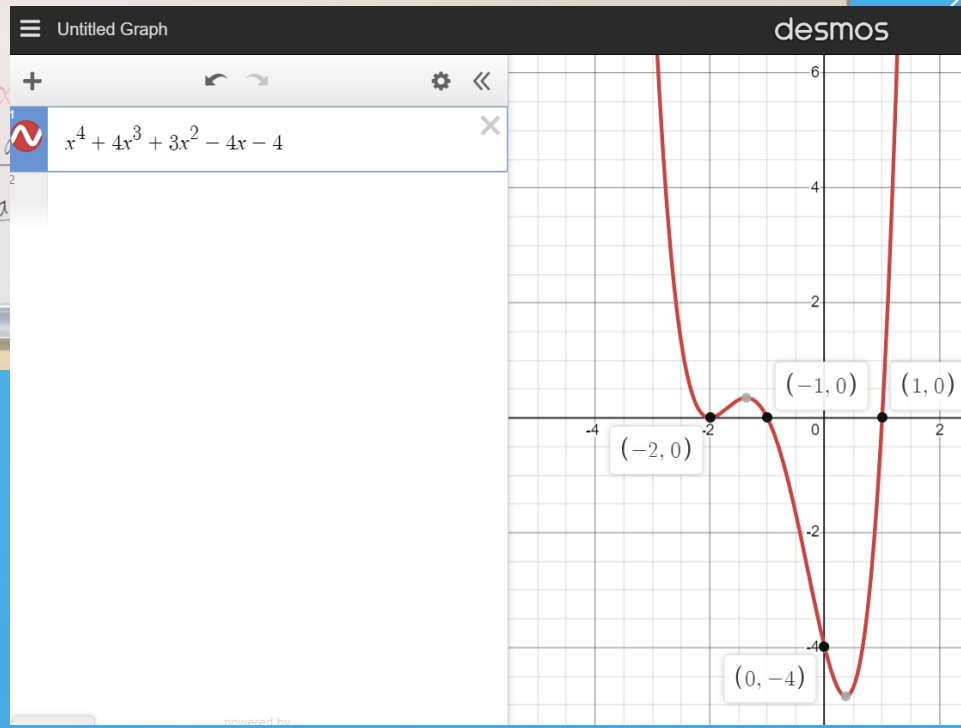
2.3. Obnašanje grafa v taji
 $a_n x^m$ $+\infty$ $-\infty$

$p(x) = a_n x^m + a_{n-1} x^{m-1} + a_{n-2} x^{m-2} + \dots + a_1 x^1 + a_0 x^0$
 (Odreček na osi y)

Začetna vr.

Za risanje grafa polinoma potrebujemo:

- ▶ Ničle
- ▶ Začetna vrednost
- ▶ Obnašanje grafa daleč stran od koordinatnega izhodišča



2.2 GRAF POLINOMA

Ničle polinoma

SODE IN LIHE STOPNJE

- ▶ Če je ničla sode stopnje, se graf polinoma odbije od x - osi
- ▶ Če je ničla lihe stopnje, graf polinoma seka x - os
- ▶ Uporaba mobilne aplikacije **DESMOS**

2. PRIMER

Vidna funkcija sistema manjši grafa ordinov $p(x) = x^5 - 2x^4 - 2x^3 + 4x^2 + x - 2$

$g(x) = |p(x)|$

1. NIČLE:

$$x^5 - 2x^4 - 2x^3 + 4x^2 + x - 2 = 0$$

1	-2	-2	4	1	-2
1	1	-1	-3	1	2
1	1	0	-3	-2	0
1	1	0	-3	-2	0
2	1	2	1	10	

KANDIDATI: $\pm 1 \pm 2$

$x_{1,2} = 1 \dots S$
 $x_3 = 2 \dots L$
 $x_{4,5} = -1 \dots S$

2. ZAJETNA VR.

$$p(0) = -2$$
$$y = -2 \quad T(0, -2)$$

OBNAŠANJE V $\pm \infty$

$$+\infty \xrightarrow{X^5} \text{poz.}$$
$$-\infty \xrightarrow{X^5} \text{neg.}$$

69% 19:03

68% 19:08

$(-1, 0)$ $(1, 0)$ $(2, 0)$

$(-1, 0)$ $(1, 0)$ $(2, 0)$

$(0, -2)$

$x^5 - 2x^4 - 2x^3 + 4x^2 + x - 2$

$x^5 - 2x^4 - 2x^3 + 4x^2 + x - 2$

$x^5 - 2x^4 - 2x^3 + 4x^2 + x - 2$

2.3 GRAF POLINOMA

Začetna vrednost

Nam prikaže presečišče polinoma z y osjo

Uporaba:

- Photomath
- Desmos

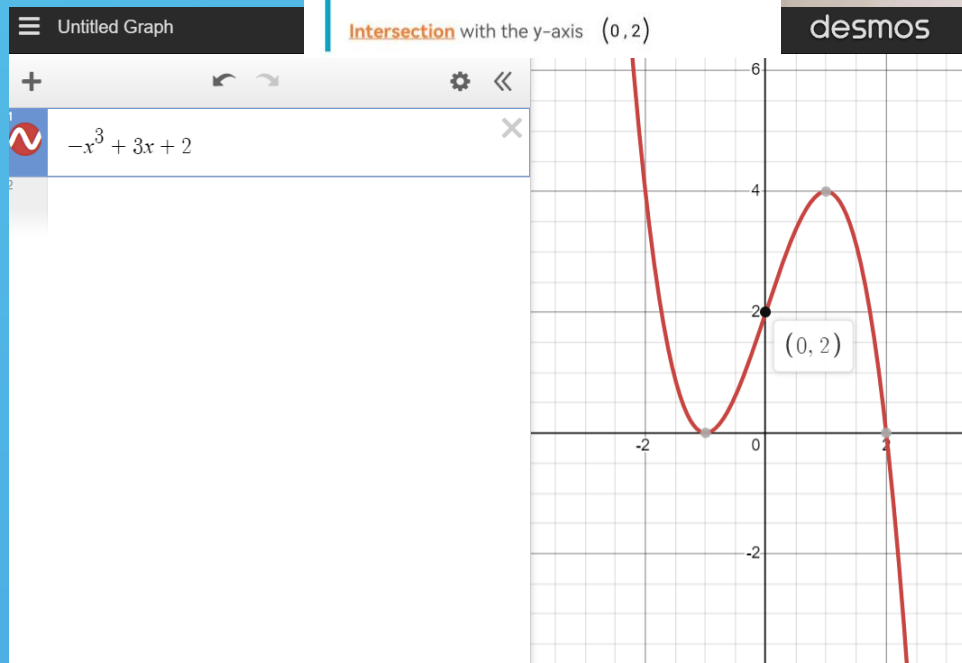
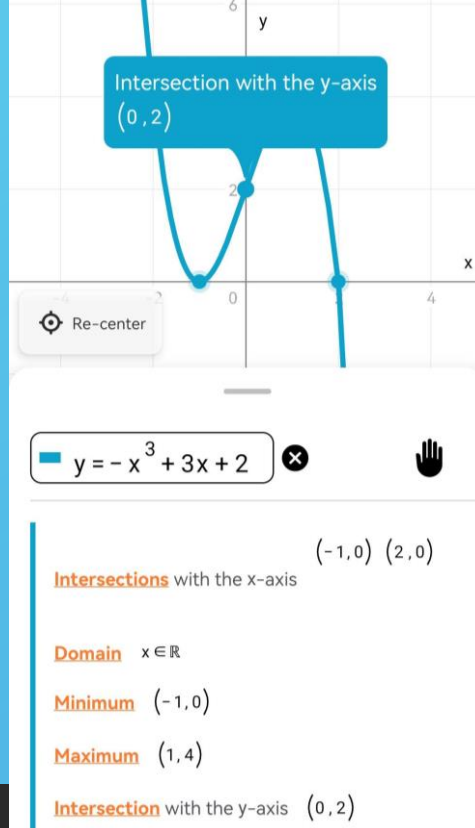
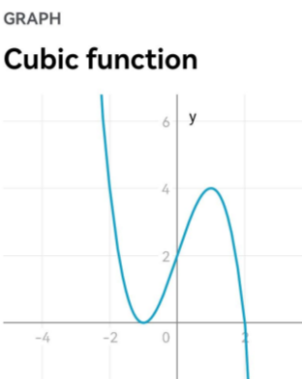
Find the roots of the polynomial

$$-x^3 + 3x + 2$$

Find the roots by factoring

-1, 2

Show Solving Steps →



1. PRIMER

Narisan je graf polinoma $p(x)$. Zapiši njegov predpis in določi računsko vrednost \checkmark .

3. stopnja

$$p(x) = a_m(x - x_3) \cdot (x - x_2) \cdot (x - x_1)$$

NIČLE

$$p(x) = a_m x^m + a_{m-1} x^{m-1} + a_{m-2} x^{m-2} + \dots + a_1 x^1 + a_0$$

$$x_{1,2} = -1 \dots S$$

$$x_3 = 2 \dots L$$

$$T(0, 2)$$

$$2 = a_m(0 - 2) \cdot (0 + 1) \cdot (0 + 1)$$

$$2 = a_m \cdot (-2)$$

$$a_m = -1$$

$$p(x) = -1(x - 2)(x + 1)(x + 1)$$

$$p(x) = (-x + 2)(x^2 + 2x + 1)$$

$$p(x) = -x^3 - 2x^2 - x + 2x^2 + 4x + 2$$

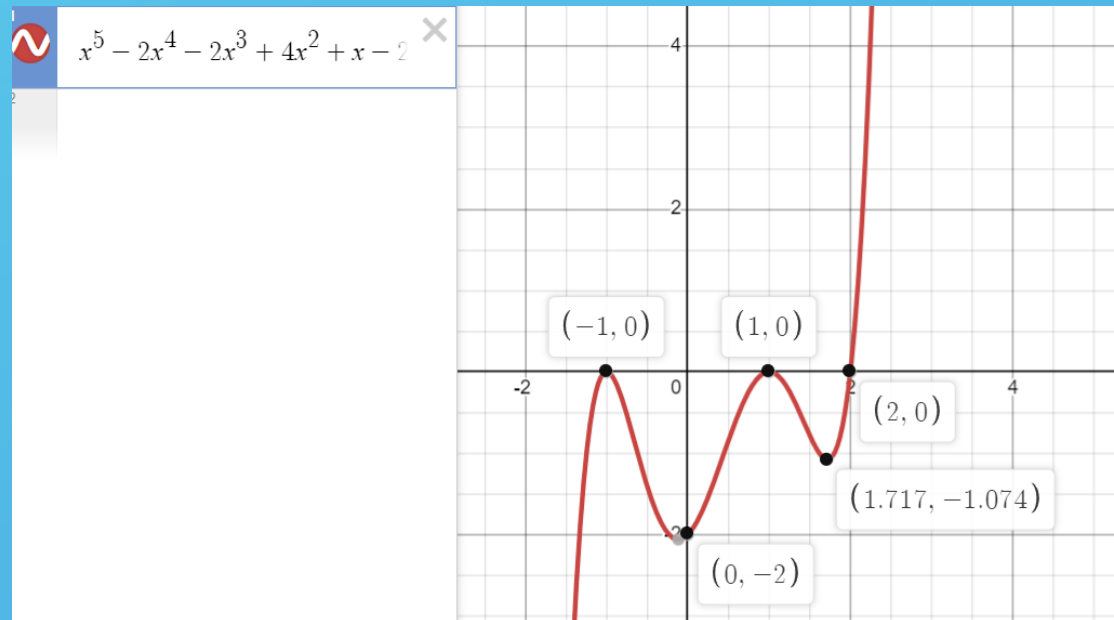
$$p(x) = -x^3 + 3x + 2$$

RAZCEPNA OBLIKA

2.4 GRAF POLINOMA

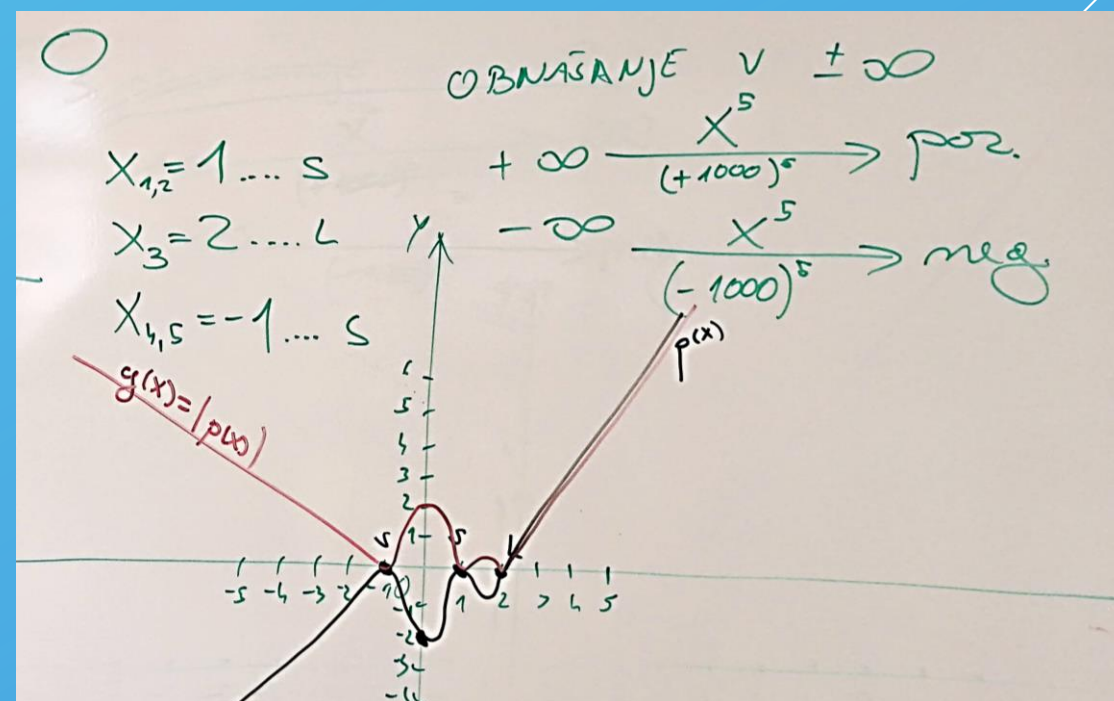
Obnašanje grafa polinoma daleč stran od koordinatnega izhodišča

$$x^5 - 2x^4 - 2x^3 + 4x^2 + x - 2$$



SODE IN LIHE STOPNJE

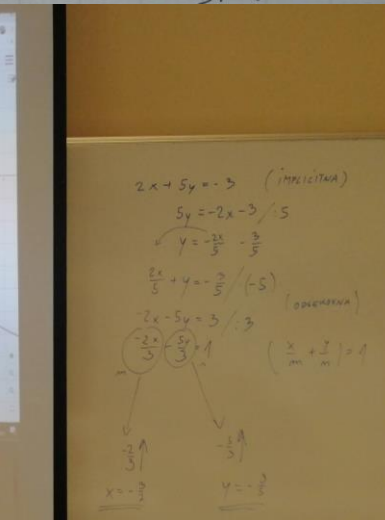
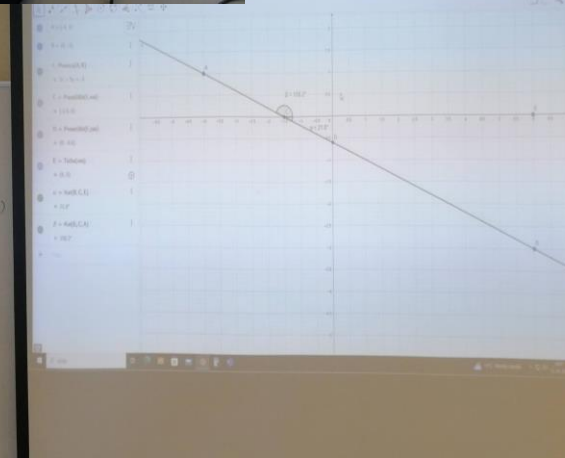
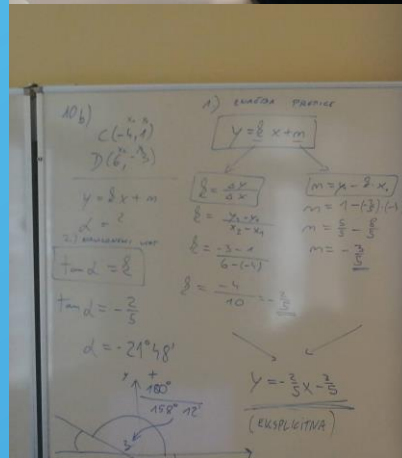
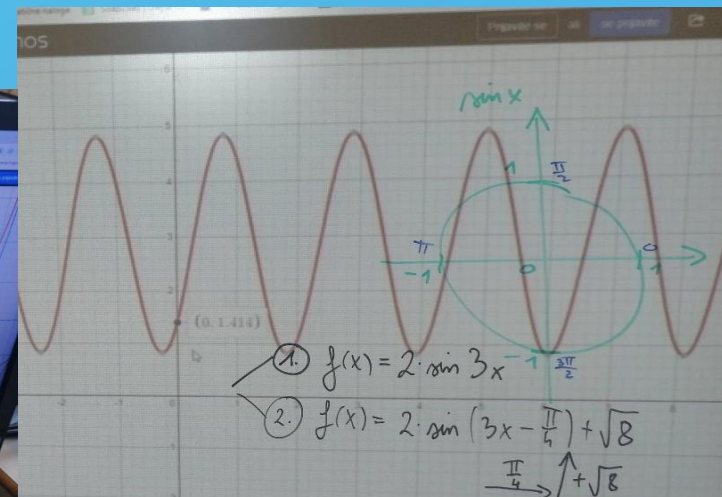
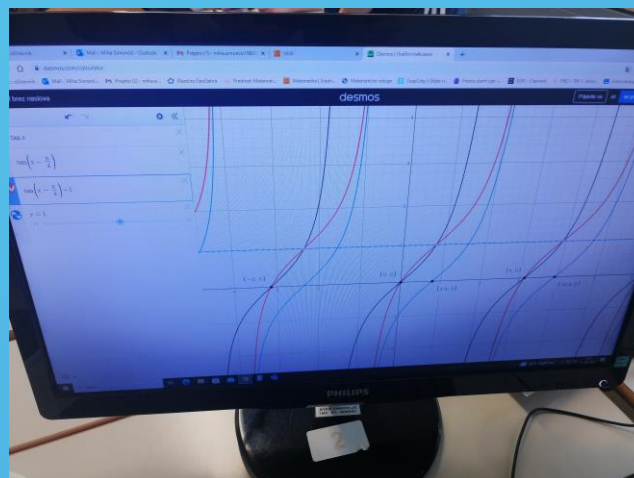
- ▶ **V plus neskončno**, ali je graf pozitiven ali negativen
- ▶ **V minus neskončno**, ali je graf pozitiven ali negativen



3.1 MATEMATIKA IN SODOBNA IKT

Pouk matematike s sodobnim pristopom

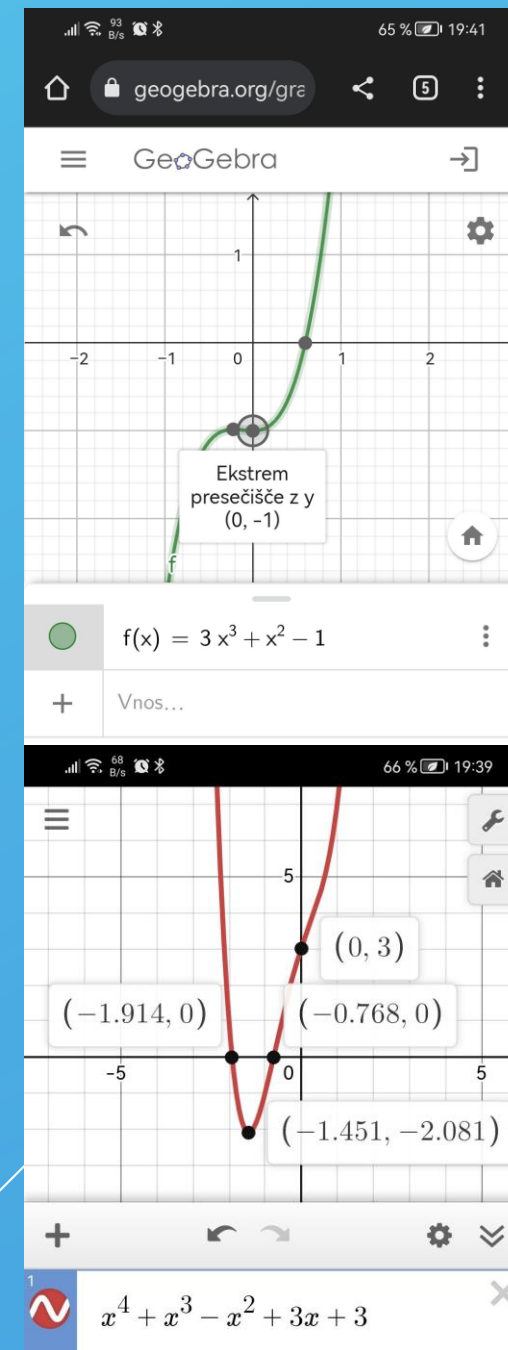
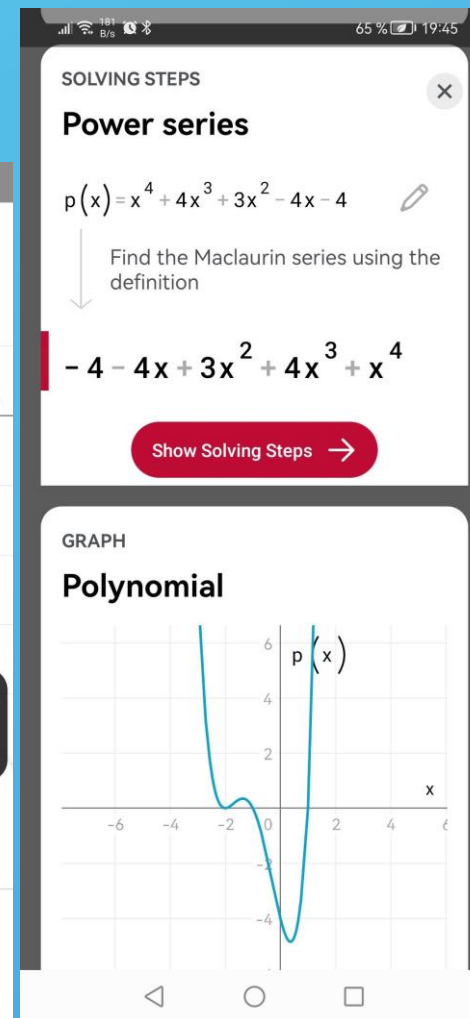
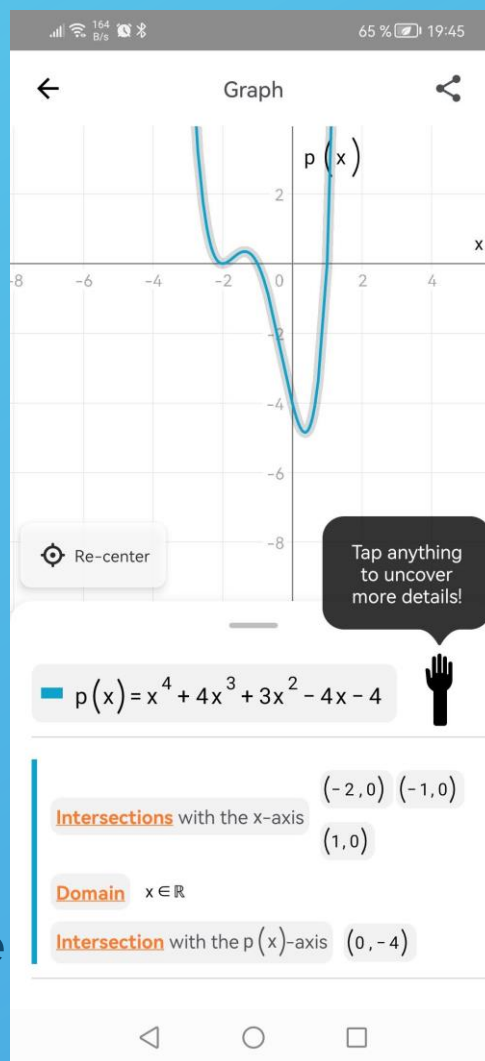
- ▶ Ni dnevnika in redovalnice v papirnati obliki
- ▶ Digitalni dnevnik in redovalnica (**easistent**)
- ▶ Vsaka učilnica (**računalnik, projektor, interaktivna tabla, ...**)
- ▶ Številne matematične aplikacije (**Desmos, Geogebra, cabri, photomath derive, ...**)



3.2 MATEMATIKA IN SODOBNA IKT

Pouk matematike danes in sodobni pristopi

- ▶ Zelo **zmogljivi mobilni telefoni**
- ▶ **Številne mobilne aplikacije** za matematiko
- ▶ **Uporaba mobilnih telefonov pri pouku**
 - ▶ Risanje krivulj
 - ▶ Risanje grafov kotnih funkcij
 - ▶ Risanje funkcij
 - ▶ Izračuni funkcij (ničle, poli, asimptote, začetne vrednosti...)
- ▶ **Kombinirano reševanje nalog** v zvezek in s pomočjo mobilnega telefona
- ▶ Uporaba **aplikacij za preverjanje** pravilnosti matematičnih izračunov



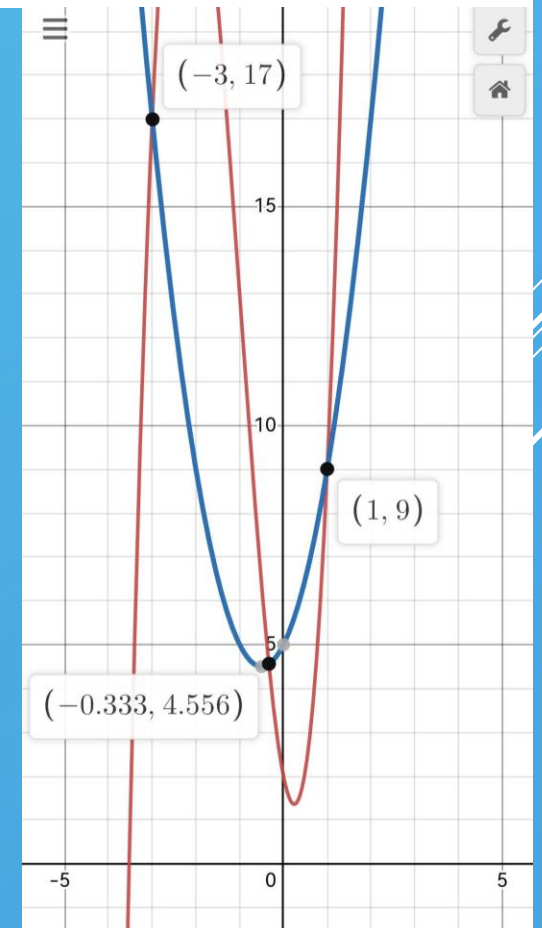
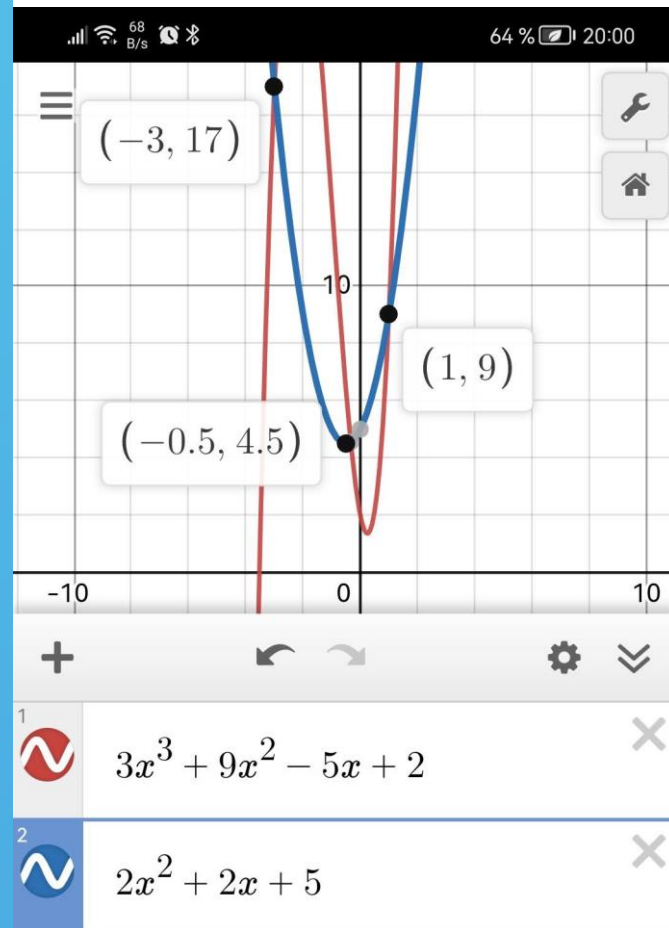
3.3 MATEMATIKA IN SODOBNA IKT

Aplikacija Desmos na mobilnih telefonih

- ▶ Deluje preko spleta ali kot samostojna aplikacija
- ▶ Uporabna na mobilnih telefonih, tablicah, računalnikih, prenosnikih
- ▶ **Za vse operacijske sisteme** (win, android, ios;...)
- ▶ **Najbolj uporabna za risanje grafov funkcij**
 - ▶ Linearna, kvadratna, eksponentna, logaritemska, kotne funkcije, racionalne funkcije
- ▶ **Poda natančne rešitve kornih funkcij** (ničle, poli, začetna vrednost, asimptote, ...)

Izračunaj presečišči dveh polinomov:

a) $p(x) = 3x^3 + 9x^2 - 5x + 2$, $q(x) = 2x^2 + 2x + 5$

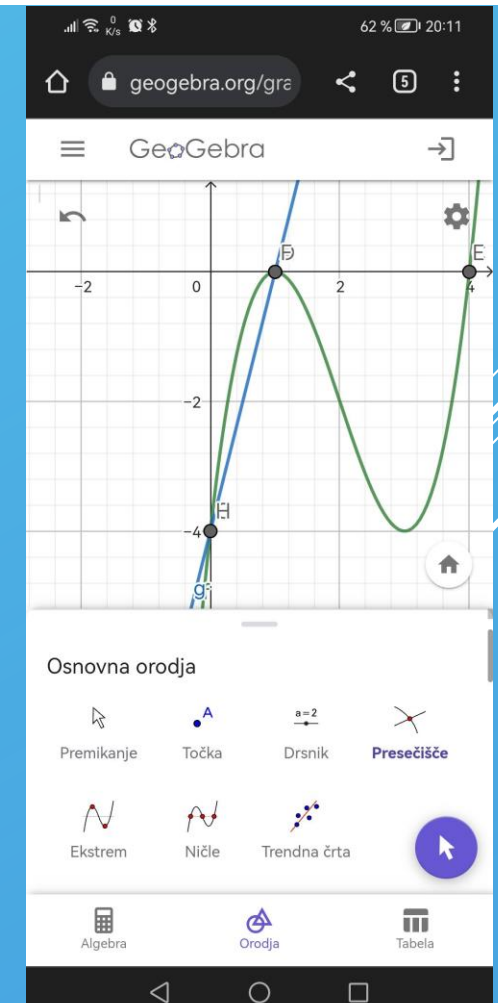
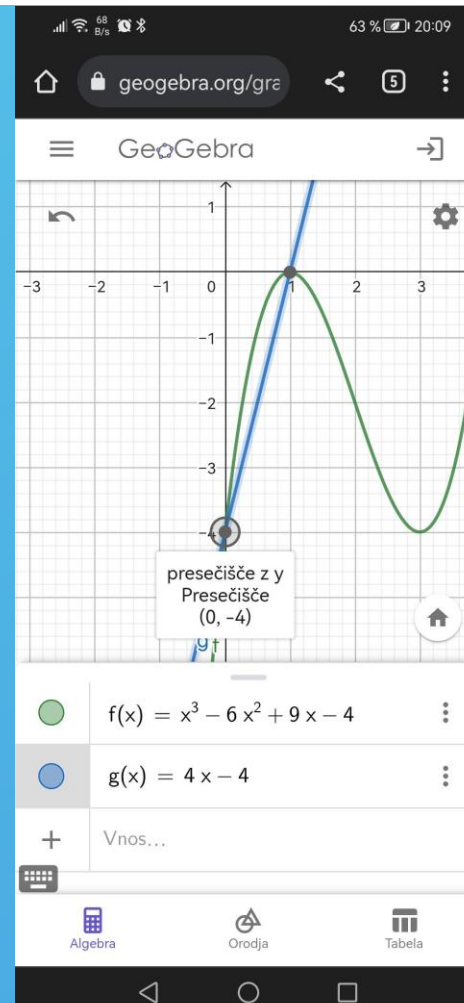


3.4 MATEMATIKA IN SODOBNA IKT

Aplikacija Geogebra na mobilnih telefonih

- ▶ Deluje preko spleta ali kot samostojna aplikacija
- ▶ Uporabna na mobilnih telefonih, tablicah, računalnikih, prenosnikih
- ▶ **Za vse operacijske sisteme** (win, android, ios;...)
- ▶ **Najbolj uporabna za iskanje presečišč kotnih funkcij**
- ▶ Omogoča risanje v pravokotni koordinatni sistem
- ▶ Tudi za izračune in risanje ploščinskih geometrijskih likov
- ▶ Zelo uporabna za osnovno geometrijo

Dan je polinom $p(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 4$. Poišči njegove ničle, nato pa izračunaj presečišča s premico $y = 4x - 4$. Nariši graf polinoma in premico!



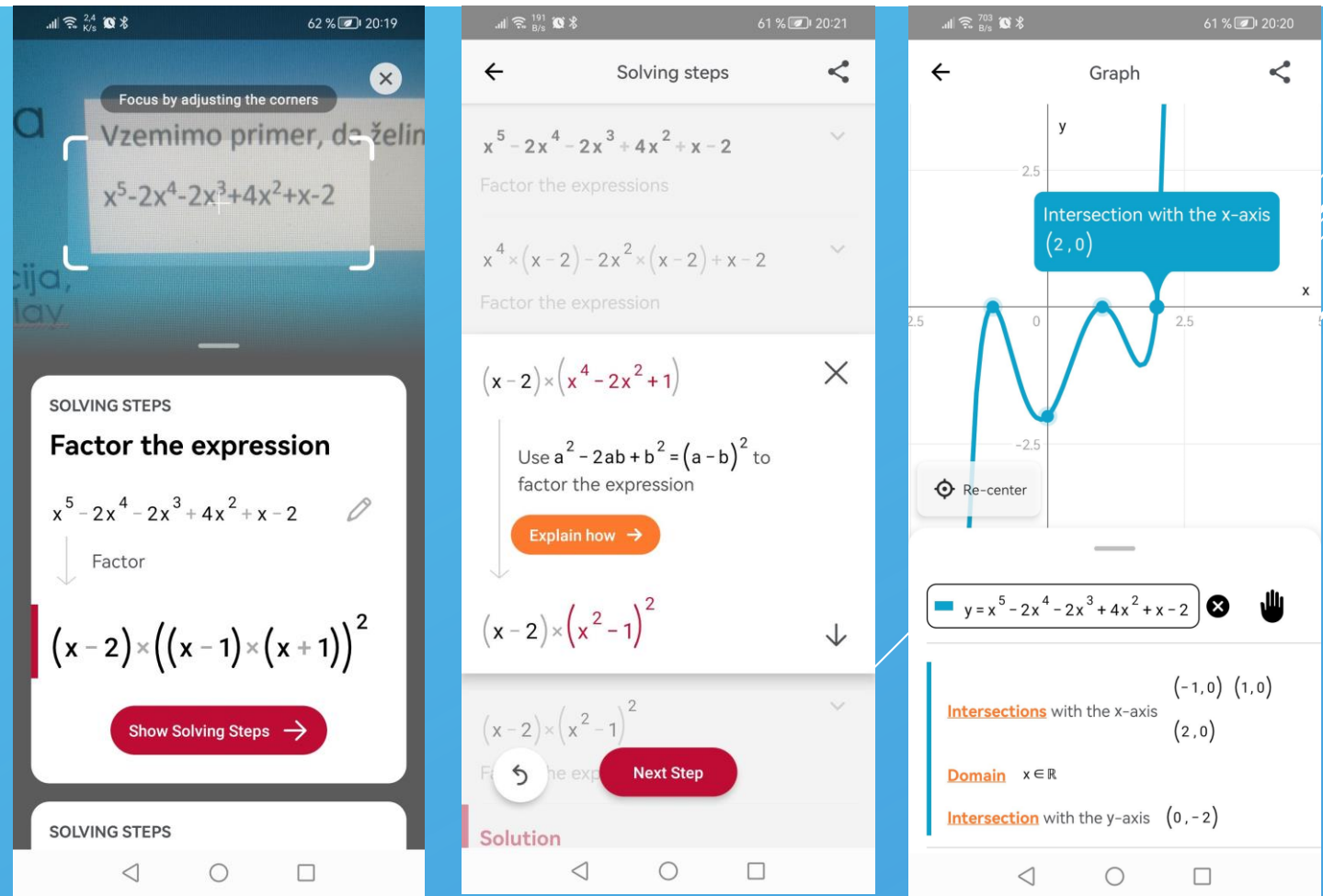
3.5 MATEMATIKA IN SODOBNA IKT

Aplikacija Photomath na mobilnih telefonih

- ▶ Deluje kot samostojna aplikacija, prenesemo jo preko googleplay
- ▶ Uporabna na mobilnih telefonih, in tablicah
- ▶ **Za operacijske sisteme** android in ios
- ▶ **Izredno močno orodje** za vse izračune in grafe ima tudi **vmesne postopke**
- ▶ Omogoča **izris** grafov
- ▶ Tudi **za zahtevnejše izračune**, ekstremi, odvodi, limite, ...
- ▶ Zelo uporabna za zahtevnejšo geometrijo in matematiko

Vzemimo primer, da želimo izračunati ničle, začetno vrednost in narisati graf polinoma:

$$x^5 - 2x^4 - 2x^3 + 4x^2 + x - 2$$



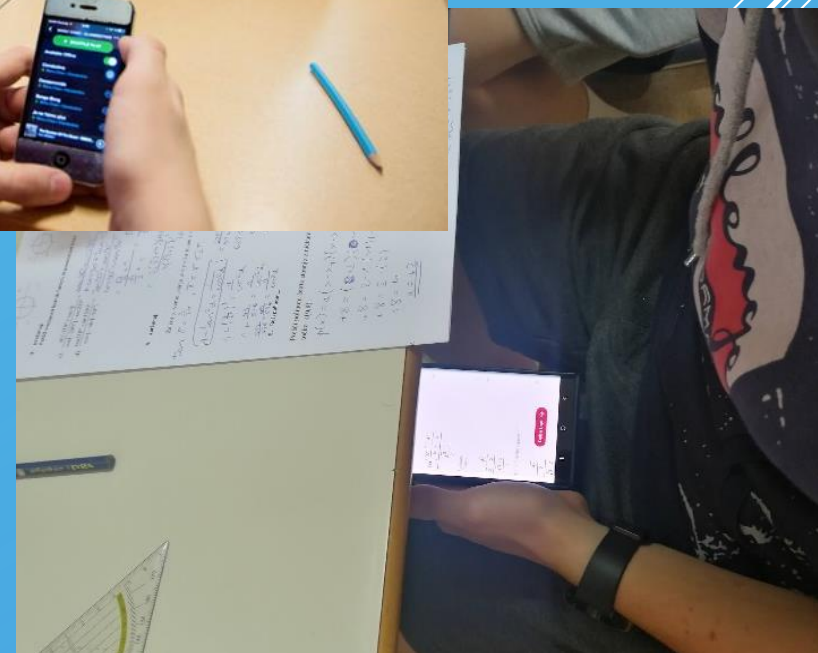
4.1 NEGATIVNA STRAN MOBILNIH NAPRAV

- ▶ **Poizivna stran** (uporaba matematičnih aplikacij)
- ▶ **Negativna stran**
 - ▶ Odvisnost od naprav
 - ▶ Igranje iger med poukom
 - ▶ Gledanje posnetkov med poukom
 - ▶ Socialna omrežja, ...
- ▶ Zato dijaki **ne sledijo pouku** in razlagi
- ▶ Ne rešujejo matematičnih nalog



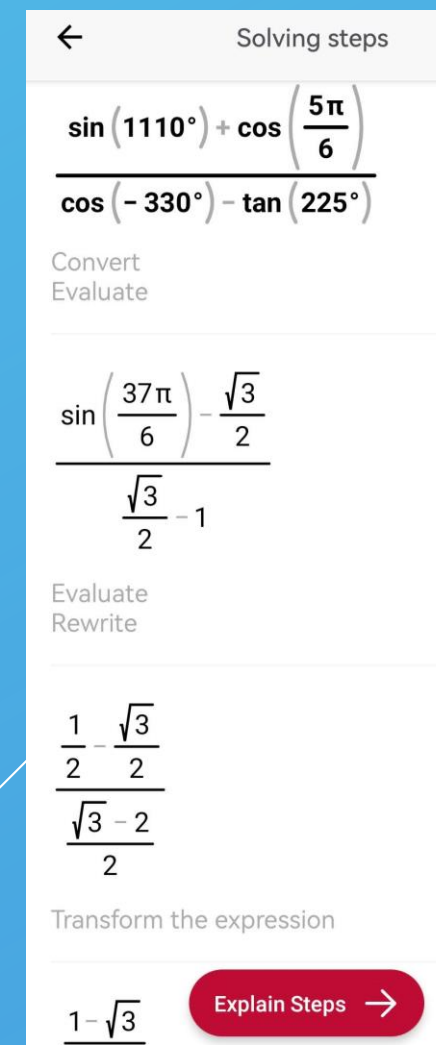
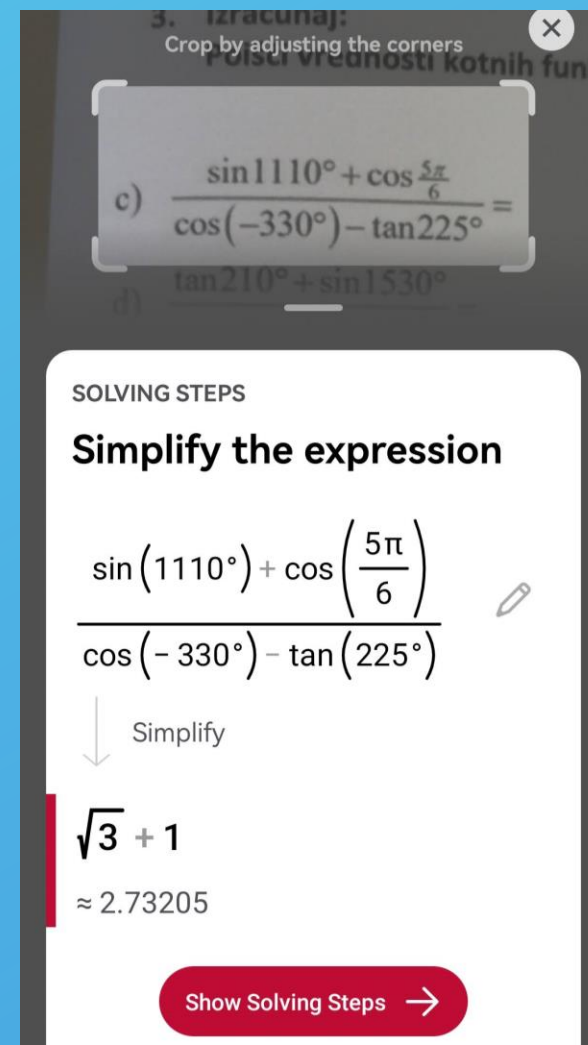
4.2 ZLORABA MOBILNIH NAPRAV PRI POUKU

- ▶ Prepisovanje in „plonkanje“ **včasih** (listki, zapisi na mizah, rokah, ...)
- ▶ Kaj pa **danes?**
- ▶ Vse bolj **aktualni mobilni telefoni**.
 - ▶ Dijak slika formule, naloge in nato prepisuje
 - ▶ Dijak uporablja mobilno aplikacijo **photomath**
- ▶ Uporabljajo tudi pametne ure



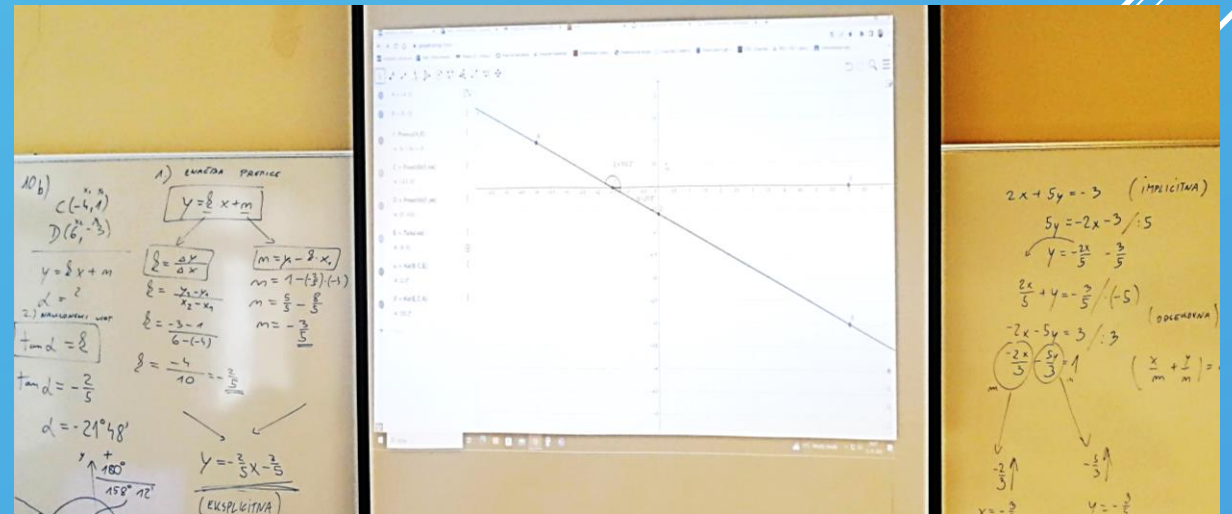
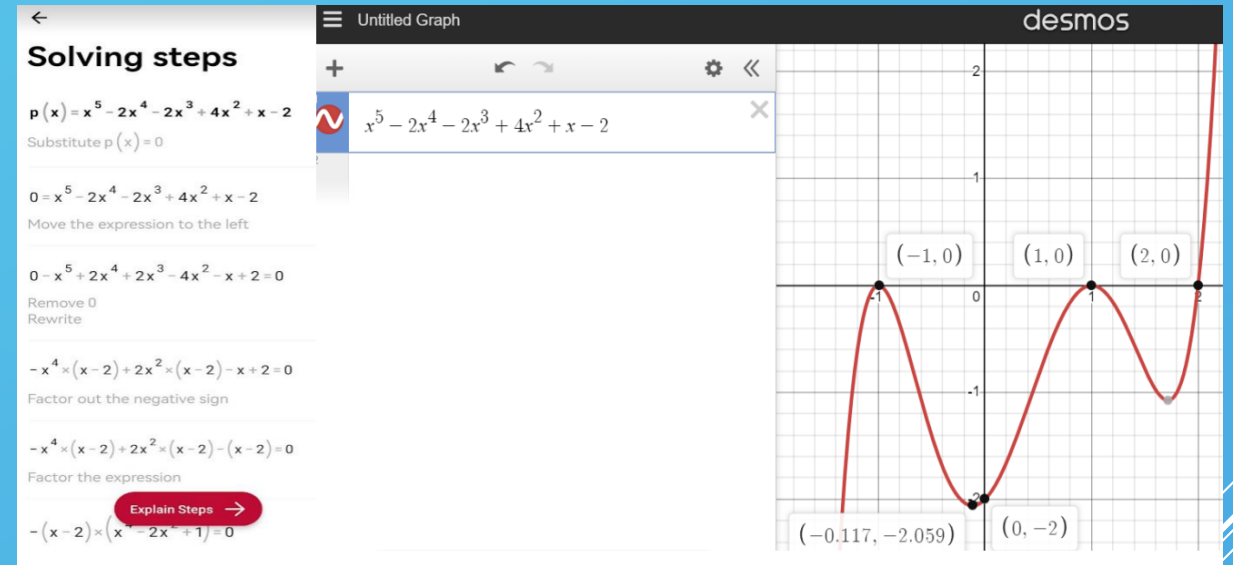
4.3 APLIKACIJA PHOTOMATH IN ZLORABA

- ▶ **Najbolj razširjena aplikacija** za prepisovanje pri pisnih nalogah
- ▶ **Dijak slika** matematično nalogo
- ▶ **Aplikacija napravi izračun**, poda pravilno rešitev
- ▶ Aplikacija uporabi tudi **vmesne postopke** izračune in čisto na koncu poda pravilno rešitev.
- ▶ Za zahtevnejše izračune **je plačljiva**



5.1 ZAKLJUČEK

- ▶ Sodobnim **tehnologijam ne moremo ubežati**
- ▶ Potrebno jih je sprejeti in **se z njimi soočiti**
- ▶ **Uporabimo jih koristno** in dijakom v prid
- ▶ Z njihovo pravilno uporabo je **pouk dijakom bolj zanimiv**
- ▶ Potrebna je doslednost in velika pozornost za njihovo uporabo pri pouku
- ▶ Dijakom je potrebno **točno postaviti meje in pravila**, kaj lahko počnejo z tehnologijo pri pouku
- ▶ Sodobna tehnologija je že tu, uporabimo jo koristno in v prid znanja naših dijakov



5.2 ZAKLJUČEK

► Hvala za vašo pozornost

- Lahko rečemo, da imamo sodoben hibridni pouk. Računanje in risanje na tablo, ter računanje in risanje na sodobne ikt naprave
- Vprašanja, pobude, predlogi, ideje...

The collage features several educational elements:

- Desmos Graph 1:** A graph of the equation $x^2 + (y - \sqrt{|x|})^2 - 1 = 0$ showing a heart-shaped curve. The interface includes a calculator and a "Show Solution" button.
- Desmos Graph 2:** A graph showing the intersection of $y = 4x^2 - 2x - 11$ and $y = 256$. The solution is $x_1 = -3, x_2 = 5$. The domain is $x \in \mathbb{R}$ and the range is $y \in \left[\frac{1}{16777216}, +\infty\right)$.
- Desmos Graph 3:** A graph of $x^3 - 2x^2 - x + 2$ with points $(-1, 0)$, $(0, 2)$, $(1, 0)$, and $(2, 0)$ marked. A local maximum is at $(-0.215, 2.113)$ and a local minimum is at $(1.549, -0.631)$.
- Calculator:** A standard calculator interface with a numeric keypad and function buttons.
- Handwritten Notes:** Includes a point-slope formula $y = \frac{b}{a}x + m$, a slope calculation $\tan \alpha = \frac{b}{a}$, and a slope of $\alpha = -21^\circ 48'$.
- Greenboard:** A green chalkboard with a coordinate system and a circle. Handwritten notes include $f(0) = -\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = \sqrt{2}$ and $-\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2} - \sqrt{2} = \sqrt{2}$.
- Handwritten Calculations:** A table of values for a function, possibly a sine wave, with columns for x and y .