

# **Konferenca slovenskih matematikov 2023**

petek, 15. september 2023 - sobota, 16. september 2023

Festivalna dvorana Bled

## **Konferenčni zbornik P**



# Kazalo

<b>Pedagoška sekcija</b> . . . . .	1
Kako oplemenititi pouk matematike . . . . .	1
Povezovanje matematike in fizike pri obravnavi kvadratne funkcije . . . . .	4
Volilni sistemi v Sloveniji za matematike . . . . .	5
Pouk fizike v Waldorfski šoli . . . . .	10
Fiz'ka cveke pr'tiska, kemija pa zabija. Menda ne zaradi matematike? . . . . .	13
Iskanje rešitev matematičnih problemov s pomočjo umetne inteligence . . . . .	16
Matematični tabor - priprave na maturo . . . . .	20
Fizika po gasilsko (vrvne tehnike in škripci) . . . . .	22
S programiranjem v matematiko in z matematiko v programiranje . . . . .	26
Glava, telo in srce . . . . .	31
Predstavitve naravoslovnega dne z merjenjem v bližini šole . . . . .	35
Verjetnost brez mere . . . . .	36
Polinomi in pomoč sodobne IKT tehnologije . . . . .	37
Bibliometrična analiza znanstvenih člankov s področja igrifikacije pri pouku matematike	37
Fizika skozi čas: vzpostavitev interaktivnega muzeja za poučevanje in raziskovanje fizike	41





## Kako oplemenititi pouk matematike - primeri iz OŠ Lila

Avtorica: Renata Babič<sup>1</sup>

<sup>1</sup> OŠ Lila Ljubljana

V članku so predstavljeni primeri, kako sem pouk matematike v OŠ Lila oplemenitila z različnimi dejavnostmi. Te so služile aktivnemu sodelovanju učencev, bolj poglobljenemu razumevanju vsebine, lahkotnejšemu utrjevanju ključnih znanj in osmišljanju vsebine preko povezave z resničnim življenjem.

### 1. O osnovni šoli Lila

OŠ Lila je osnovna šola po posebnih pedagoških načelih, imenovanih Vzgoja za življenje. Po teh načelih deluje po svetu, med drugim tudi v Italiji, približno 10 šol. Program OŠ Lila je javno veljaven in sofinanciran s strani Ministrstva za vzgojo in izobraževanje. Pri pouku zavedno, sistematično in načrtno razvijamo otrokovo telo, čustva, voljo in um ter osebni stik med učiteljem in učencem, s katerim razvijamo socialne in čustvene kompetence, vključno z odnosnimi. Pri načrtovanju učne ure si prizadevamo upoštevati otrokove interese, vnesti povezave z resničnim življenjem in okolico ter jo strukturirati po načelih učenja v toku. Z organizacijskega vidika so oddelki razmeroma majhni (do 15 otrok) in starostno mešani, pri čemer sta pri vsaki učni uri prisotna dva učitelja.

V nadaljevanju bom predstavila nekaj aktivnosti, ki so bile izvedene v razredih zadnje triade. Uporabljene so bile kot uvodne aktivnosti, s katerimi sem učence navdušila nad prihajajočo vsebino, ali kot aktivnosti, kjer so v parih ali skupinah sodelovali učenci različnih starostnih skupin znotraj svojega oddelka, ali pa kot aktivnosti, ki so služile utrjevanju snovi ter poglobljanju razumevanja. Predstavila bom tudi povezave z resničnim življenjem, ki so bile del nekaterih aktivnosti, ter aktivnosti, ki so služile razvoju kreativnega mišljenja in povezovanju različnih vsebin.

### 2. Potence, koreni in medsebojna odvisnost

**2.1. Potence.** Učbeniki potence opredeljujejo zgolj formalno kot zmnožek enakih faktorjev, pri tem pa potrebe po uvedbi novega matematičnega pojma ne razlagajo. Učencem lahko uvedbo potence utemeljimo kot krajši zapis, enako kot pri množenju, kjer vsoto enakih seštevanecv skrajšamo v zapis z množenjem, a jih ta utemeljitev večinoma ne prepriča. Potrebna je torej drugačna utemeljitev pomembnosti potenc.

Potence se v vsakdanjem življenju pojavljajo v veliko primerih. Pomen naraščanja potence za velikost dobljene vrednosti smo ugotavljali pri pouku v treh življenjskih primerih, ki so osnovnošolskim učencem dobro poznani. To so potresi, prepogibanje papirja in rast bakterij. Pri prepogibanju papirja, kjer papir vedno prepognemo čez polovico, štejemo število plasti. Na začetku imamo 1 plast, kar ustreza ničtemu koraku. Pri prvem koraku imamo 2 plasti, pri drugem imamo 4 plasti, pri tretjem 8 plasti itd. Hitro vidimo, da imamo pri  $n$ -tem koraku  $2^n$  plasti. Dobra stran tega primera je, da lahko z učenci to preizkusimo. Drugi primer so potresi. Agencija republike Slovenije za okolje na svoji spletni strani navaja, da "P]orast magnitude za eno enoto pomeni približno dvaintridesetkratno povečanje sproščene seizmične energije potresa" ([1]). Za predstavo o moči potresa zadošča, da trditev za osnovnošolske učence nekoliko poenostavimo. Učencem sem tako predstavila, da vsaka naslednja stopnja po Richterjevi lestvici pomeni 30-krat močnejši potres. To pomeni, da je potres 7. stopnje 30-krat močnejši od potresa 6. stopnje in 900-krat močnejši od potresa 5. stopnje ter 27000-krat močnejši od potresa 4. stopnje itd. S tem enostavno utemeljimo potrebo po uporabi potence. Zelo podobno je z rastjo bakterij. Učencem razložimo, na kakšen način se bakterije razmnožujejo. Če v sterilno okolje spustimo eno bakterijo, se bo ta čez čas razdelila v 2. Ti dve se bosta čez čas vsaka zase ponovno razdelili in imeli bomo 4 bakterije itd. Zopet dobimo potence števila 2.

Učni uri, ki sem ju namenila povezavi teme o potencah z vsakdanjim življenjem, sem strukturirala kot delo po postajah. Vsaka postaja je imela delovni list, na katerem so morali učenci nekaj izračunati, poskusiti, narisati, razmisliti ali razložiti. Zasnova sem 4 postaje: prepogibanje papirja, potresi, rast bakterij in zapis majhnih in velikih števil. Spodaj so na kratko predstavljena navodila za prve tri postaje.

- (a) **Prepogibanje papirja:** Preko QR kode so dostopali do posnetka z naslovom Eksponentna rast: s prepogibanjem papirja do Lune, ki je prostodostopen na portalu YouTube ([4]). Pripravila sem jim različne vrste papirja in sami so preizkusili, kolikokrat ga lahko prepognejo. Naslednja naloga je zahtevala, da izpolnijo preglednico, kjer so za vsak korak od prvega do desetega izračunali število plasti. To so nato prikazali še z linijskim diagramom. Učenci devetega razreda so nato razmislili še, kakšno je razmerje števila plasti med dvema sosednjima korakoma. Za vse pa je bila še naloga, kjer so morali razmisliti, od česa je odvisno število možnih prepogibov lista papirja. Je lažje, če je tanjši, večji, manjši itd.?
- (b) **Potresi:** Ob danem prikazu potresov in njihovih magnitud na zemljevidu Slovenije so morali primerjati različne stopnje potresov (npr. Potres 3. stopnje je  $x$ -krat močnejši od potresa 1. stopnje.). Nato so preko QR kode dostopali do spletne strani ARSO, kjer so zabeleženi vsi zadnji potresi v Sloveniji ([2]). Ob tem so morali razmisliti, kako pogosti so potresi v Sloveniji, in povedati, ali so kakšen potres že doživeli.
- (c) **Rast bakterij:** Na učnem listu je bil dan primer laktobacilov. To so bakterije, ki imajo ključno vlogo pri fermentaciji mlečnih izdelkov. Njihovo število se podvoji vsake pol ure (dejansko je vsakih nekaj ur, a sem pri učencih želela vzbuditi občutek hitrega deljenja). Ponovno so morali izračunati število bakterij po različno pretečenem času, če smo v kozarec mleka spustili eno bakterijo. Nato so morali razmisliti, zakaj bakterije ne preplavijo sveta, če se tako hitro širijo.

Čeprav zgornji primeri opisujejo eksponentno odvisnost med dvema količinama, se učencem v osnovni šoli ne razjasnjuje razlike med eksponentno in potenčno odvisnostjo. Glavni namen predstavljenih aktivnosti je razvijanje zmožnosti računanja potenc različnih števil in pridobivanje vpogleda v uporabnost matematike v vsakdanjem življenju.

**2.2. Koreni.** Obravnava korenov je najbolj smiselna takoj za obravnavo teme o potencah, saj se v sklopu potenc bolj podrobno spozna kvadriranje, iz tega pa se nato izpelje pojem kvadratnega korena. Tu sem za utrjevanje ocen korenov števil do 100 za učence pripravila naslednjo igro. Na tablo sem narisala številsko premico in na mizo položila dva kupa navadnih igralnih kart s hrbtno stranjo navzgor. Ko je učenec obrnil karto iz obeh kupov, je imel predseboj dvomestno število. Oceniti je moral, kje na številski premici leži koren njegovega števila. Npr.  $\sqrt{26}$  leži med 5 in 6.

**2.3. Medsebojna odvisnost.** Kot sem že zapisala, teme o potencah nisem izkoristila za obravnavo medsebojne odvisnosti dveh količin. Le-ta se obravnava kot posebna tema v 8. razredu, kjer se poleg samega razumevanja, kaj pomeni odvisnost dveh količin, podrobneje spozna le premo in obratno sorazmerje. Pri tem se spozna tudi pojem grafa. Za uvod v temo medsebojne odvisnosti sem učencem skupine, kjer je bil združen 8. in 9. razred, pripravila igro spomina. Na kartice sem natisnila količine, ki so medseboj odvisne (npr. količina bencina in prepotovana razdalja). Kartice so bile obrnjene s hrbtno stranjo navzgor, učenci pa so morali po pravilih spomina iskati pare medseboj odvisnih količin. Igro sem otežila še tako, da sem dodala pare količin, ki niso medseboj odvisni (npr. čas in vreme) ter konstanto (višina Triglava). Tu bi lahko v nadaljevanju ure sledila diferenciacija glede na predznanje, kjer bi učenci 8. razreda nadaljevali s spoznavanjem zakonitosti medsebojne odvisnosti, učenci 9. razreda pa bi lahko spoznali pojem funkcije in raziskovali povezavo med različnimi predpisi funkcij in njihovimi grafi. Pri tem bi se lahko naslonili na njihovo predhodno znanje o potresih, prepogibanju papirja in bakterijah ter s tem nakazali na obstoj eksponentne funkcije.

Zgoraj zapisane diferenciacije nisem izpeljala, sem pa pripravila aktivnost, kjer sem želela, da se urijo v branju, skiciranju in razumevanju grafov. To je namreč zelo pomembna veščina, saj je srednješolska matematika prepredena z risanjem in branjem grafov različnih matematičnih funkcij. Učencem sem dala na voljo posode različnih oblik, njihova naloga pa je bila, da vanje čimbolj enakomerno nalivajo vodo in opazujejo, kako se spreminja višina vodne gladine. Nato so morali narisati obliko posode in pripadajoči graf.

### 3. Geometrija

**3.1. Krog in geometrijska telesa.** Z učenci 8. in 9. razreda smo se približevali koncu šolskega leta in opazila sem, da je njihova motivacija za reševanje geometrijskih nalog začela padati. Razmišljala sem, kako bi jih lahko motivirala za doseganje učnih ciljev, ki sem si jih zadala. Učenci 8. razreda so morali še spoznati temo kroga, kjer bi spoznali obseg in ploščino kroga, dolžino krožnega loka in ploščino krožnega izseka. Učenci 9. razreda pa so v tistem času spoznavali geometrijska telesa.

Ker krog in krožni izsek hitro povežemo s pico, sem prišla na idejo, da jim bom zastavila naslednji izziv: Rešite vse naloge na temo pice, ki vam jih bom pripravila. Za nagrado bomo odpovedali vaše šolsko kosilo in vas počastili s picami! Učenci so se z izzivom strinjali in njihova motivacija za osvajanje nove snovi se je dvignila. Nekaj ur smo porabili, da smo spoznali novo snov, povadili uporabo formul ter rešili nekaj primerov. Učenci 9. razreda so nadaljevali s spoznavanjem geometrijskih teles, saj sem imela namen v naloge vključiti računanje prostornine in površine škatle za pico (prizme) in prostornino pice (če jo modeliramo z valjem). V tem času sem doma pripravila učni list s 16 nalogami. Vse razen ene naloge so avtorske. Naloge niso bile le na temo kroga, ampak so zajemale več snovi, ki smo jih že obdelali, ali v tistem šolskem letu ali prej. Navajam le nekaj najbolj zanimivih:

- (a) V piceriji XYZ ponujajo srednjo, veliko in družinsko pico. Njihovi premeri so 33 cm, 36 cm in 50 cm. Njihove cene so 9, 30 EUR, 10, 30 EUR in 20, 10 EUR. Katera pica se cenovno najbolje splača?
- (b) Neka družina je odšla na kosilo v picerijo XYZ. Pri pici imajo raje nadev kot skorjo. Odločajo se, ali bi naročili dve veliki pici ali eno družinsko. Pri kateri odločitvi bodo dobili manj kruhove skorje, če je skorja ob robu pice debela 2 cm? Kolikšna je razlika?
- (c) Izračunaj, koliko stanejo sestavine za 1 pico. Cene izdelkov poišči v spletni trgovini Mercatorja in jih preračunaj na konkretne količine iz recepta. Nadev določi sam, za testo pa upoštevaj naslednji recept: 320 ml mlačne vode, 7 g suhega kvasa, 13 g sladkorja, 30 ml olivnega olja, ščepec soli in 500 g moke.
- (d) Koliko različnih vrst pic lahko picopek sestavi, če poleg paradižnikove mezge in sira doda še dva dodatka? Na voljo ima rukolo, jajček, papriko in gobice.
- (e) Na dom ste naročili pico s premerom 36 cm. Škatla, v kateri je bila dostavljena pica, se znotraj tesno prilega pici. Nariši skico.
  - Izračunaj obseg, ploščino in diagonalo ploskve škatle, na kateri leži pica.
  - Kolikšen odstotek spodnje ploskve škatle ne prekriva pica?
  - Izračunaj telesno diagonalo škatle, če je škatla visoka 5 cm.
  - Izračunaj površino in prostornino škatle. (Za katero telo gre?)
  - Koliko kartona je potrebno za 1 škatlo? Upoštevaj, da se nekatere mejne ploskve v resničnosti podvojijo. Koliko takih škatel gre v nahrbtnik dostavjalca? Dimenzije nahrbtnika poišči preko QR kode.

Naloge poleg kroga in geometrijskih teles obsegajo tudi odstotke, kombinatoriko in premo sorazmerje. Ostale naloge so vsebovale tudi primerjanje ulomkov, obratno sorazmerje, koordinatni sistem in dolžino loka ter ploščino krožnega izseka.

**3.2. Dva geometrijska izziva za učence.** Kot uvod v novo učno snov učencem rada zastavljam izzive. Spodaj sta zapisana dva izziva.

- (a) Pri spoznavanju romba (7.r.) in pri uporabi Pitagorovega izreka (8.r.) sem učence izzvala z enakim izzivom. Na voljo sem jim dala več različnih pravokotnih trikotnikov, kjer je imel vsak še 3 svoje kopije. Trikotniki so bili medseboj pomešani. Njihova naloga je bila, da najdejo 4 skladne trikotnike in iz njih sestavijo romb. S tem so prišli do domneve, da se diagonali v rombu sekata pod pravim kotom, saj so le na ta način lahko sestavili romb (hipotenuza trikotnika je bila torej stranica romba).
- (b) Avtorica Jo Boaler v svoji knjigi *Mathematical Mindsets* ([3]) navaja izziv, ki ga lahko uporabimo v zadnji triadi, ko obravnavamo geometrijske teme. Učenci morajo iz lista kvadratne oblike narediti naslednje:
  - kvadrat, ki ima  $\frac{1}{4}$  ploščine osnovnega kvadrata;
  - trikotnik, ki ima  $\frac{1}{4}$  ploščine osnovnega kvadrata;
  - še en tak trikotnik, ki ni podoben trikotniku iz prejšnje točke;
  - kvadrat, ki ima  $\frac{1}{2}$  ploščine osnovnega kvadrata;
  - še en tak kvadrat.

#### 4. Drugo

V tem razdelku navajam še nekaj idej, ki sem jih izpeljala.

- (a) Z učenci 8. in 9. razreda smo spoznali tudi matematično in empirično verjetnost. V razlago sem vključila poskus, kjer so z metanjem kocke in beleženjem rezultatov preizkusili trditev, da je verjetnost za posamezen izid  $\frac{1}{6}$ . Ker pa so v tistem času radi med odmorom igrali tarok, sem uro o verjetnosti nadgradila še s poslušanjem epizode Kolikšna je verjetnost, da bi pri taroku pri igri v štiri v roke dobili same taroke? v oddaji Radiovedni na Valu 202. V njej dr. Uroš Kuzman s Fakultete za matematiko in fiziko na Univerzi v Ljubljani postopoma razloži, kako bi takšno verjetnost lahko izračunali. Učencem sem pripravila učni list, ki je sledil njegovi razlagi. Skupaj smo poslušali posnetek, ga vmes ustavljali, da sem profesorjeve odgovore razložila, učenci pa so si to zapisali.
- (b) Ob koncu šolskega leta sem z učenci zadnje triade priredila filozofsko debato. Razdelila sem jih v dve skupini in jih posedla tako, da so si sedeli nasproti. Ena skupina je morala dano trditev vedno zagovarjati, druga pa spodbijati. Navajam nekaj trditev ali vprašanj iz debate: ali števila obstajajo; geometrija je lažja od algebre; matematika je lepa; nemogoče je biti matematik ne da bi bil tudi pesnik (Sofia Kovalevskaya).
- (c) Boaler v svoji knjigi *Mathematical Mindsets* ([3]) navaja še en izziv: vsa števila od 1 do 20 zapiši samo s pomočjo štirih štiric, pri tem so dovoljene vse matematične operacije in ostali znaki. Na primer, velja  $0 = 4 + 4 - 4 - 4$  in  $1 = \frac{4}{4} + 4 - 4$ . Vedno morate uprabiti vse štiri štirice. Zanimivo je opazovati učence, ko se lotijo te naloge. Prej ali slej ugotovijo, da jih zgolj osnovne operacije nekoliko omejujejo in začnejo razmišljati še širše. To je odličen izziv za razvijanje kreativnega mišljenja.

## 5. Zaključek

Pouk matematike je pogosto kritiziran zaradi svoje togosti, neskončnega utrjevanja znanja preko novih nalog in neopažene povezave z resničnim življenjem ter pomanjkanja raznolikosti didaktičnih pristopov. Opazila sem, da se ob doslednem vključevanju predstavljenih obogatitev v pouk matematike učenci teh obogatitev veselijo. Nagovorijo jih k aktivnemu in zavzetemu sodelovanju ter v njih prižgejo lučko radovednosti. To pa je zame ključ do razvijanja pozitivnega odnosa do matematike. Predstavljene ideje bi se dalo uresničiti tudi v razrednih javnih šol, saj zahtevajo le večjo količino potrebnega materiala (več posod za risanje grafov, več kompletov kart za ocene korenov itd.), kar pa zahteva le dobro organiziranost učitelja.

[1] ARSO. (b.d.). *Vprašanja in odgovori*.

Dostopno na [https://potresi.arso.gov.si/doc/dokumenti/vprasanja\\_in\\_odgovori/](https://potresi.arso.gov.si/doc/dokumenti/vprasanja_in_odgovori/).

[2] ARSO. (b.d.). *Zadnji potresi*. Dostopno na <https://potresi.arso.gov.si>.

[3] Boaler, J. (2016). *Mathematical Mindsets. Unleashing Students' Potential Through Creative Math, Inspiring Messages and Innovative Teaching*. Jossey Bass, Wiley.

[4] TED-Ed. (19.4.2012). *Exponential growth: How folding paper can get you to the Moon*. Dostopno na <https://www.youtube.com/watch?v=AmFMJC45f1Q>.

[5] Val 202. (3.11.2021) *Kakšna je verjetnost, da bi pri taroku pri igri v štiri v roke dobili same taroke?* Dostopno na <https://val202.rtvsllo.si/podcast/radiovedni/173251211/174819111>.

## Povezovanje matematike in fizike pri obravnavi kvadratne funkcije

**Avtor:** Aljoša Berk<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Srednja tehniška in poklicna šola Trbovlje

Projektni dnevi dijakov drugega letnika programa SSI so bili posvečeni proučevanju in analizi kvadratne funkcije ter prepoznavanju parabol v vsakdanjiku. Parabole okoli nas so: poševni in vodoravni met, paraboloidno zrcalo, mavrica, vrtenje vode v čaši, vodni curek, robniki na carving smučeh, teleskopi, tir leta smučarskega skakalca ... Po uvodnem prepoznavanju paraboličnih oblik v naravi so dijaki uporabili svetovni splet in poiskali definicijo kvadratne funkcije in njenih parametrov ter

izdelali plakate. Sledilo je ustvarjanje lastnih parabol in njihova matematična analiza s pomočjo IKT. Dijaki so konstruirali parabole s šestilom in ravnilom po definiciji parabole kot stožnice. Z žaganjem lesenega stožca so matematični model stožnice potrdili v praksi. Za risanje grafov kvadratnih funkcij so uporabljali program GeoGebra. Pri eksperimentalnem delu so se ukvarjali s krogelnimi in parabolničnimi zrcali. Sferno napako kroglnega zrcala so korigirali s parabolničnim zrcalom, ki zbira vse vzporedne žarke v gorišču. Videoanaliza poševnega meta kroglice je prinesla inovativen pristop določanja funkcijskega predpisa kvadratne funkcije. Dijaki so s kamero snemali poševne mete kroglice pod različnimi izmetnimi koti, nato pa analizirali posnetke s programom Tracker. S pomočjo programa Excel so primerjali in analizirali rezultate ter iz njih pridobili funkcijske predpise parabol. Proučevali so prosto visečo verigo, ki so jo v prvem približku obravnavali kot parabolo, ustvarili parabole z vodnimi curki in določili funkcijske predpise tako nastalih parabol. S programom GeoGebra so preverjali pravilnost svojih rešitev pri zapisu razcepne, temenske in splošne oblike enačbe kvadratne funkcije. Videoanaliza gibanja težišča rotirajoče kuhalnice pri poševnem metu s programom Tracker je pokazala, da se težišče kuhalnice giblje po paraboli, katere enačbo so dijaki določili s pomočjo reševanja sistema treh enačb s tremi neznankami. Rešitev so preverili s programom GeoGebra, ki s posebnim makrom omogoča vnos koordinat točk na paraboli in izračun enačbe kvadratne funkcije. Projektno matematično delo v medpredmetni povezavi s fiziko je prineslo drugačne pristope poučevanja, pri čemer sta bila sodelovalno delo v skupinah in uporaba IKT ključnega pomena. Matematika za dijake ne sme biti le suhoparna teorija, ampak mora opisovati dejansko dogajanje v naravi. Dijaki z opisanim dinamičnim načinom dela mnogo bolje razumejo dogajanje okoli sebe in se na tak način radi učijo matematiko.

48

## Volilni sistemi v Sloveniji za matematike

**Avtorji:** Andrej Bauer<sup>1</sup>, Katja Berčič<sup>2</sup>, Saša Zagorc<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Univerza v Ljubljani, Fakulteta za matematiko in fiziko, IMFM

<sup>2</sup> Univerza v Ljubljani, Fakulteta za matematiko in fiziko, IMFM

<sup>3</sup> Univerza v Ljubljani, Pravna fakulteta

**Povzetek.** Fakulteta za matematiko in fiziko Univerze v Ljubljani je leta 2022 sodelovala z Državno volilno komisijo pri preverjanju nove programske komponente za izračun rezultatov volitev. V tem prispevku povzemamo opis procesa preverjanja programske komponente in končnih izračunov volitev, ter javnega ozaveščanja.

### 1. Uvod

Leto 2022 je bilo zaznamovano s parlamentarnimi volitvami aprila, predsedniškimi volitvami oktobra in lokalnimi volitvami novembra. Na Fakulteti za matematiko in fiziko Univerze v Ljubljani smo v sodelovanju z Državno volilno komisijo izvedli matematično analizo volilnih zakonov ter neodvisno preizkusili in preverili novo programsko komponento za izračun rezultatov volitev, ki jo je razvilo podjetje Genis v okviru širšega projekta. V tem besedilu povzemamo opis našega procesa preverjanja programske komponente ter končnih izračunov volitev, ki bo objavljen v [4].

Tako pravo kot tudi računalništvo sta osredotočena na formalizacijo pravil, logično konsistentnost in koherentnost. Kljub tej podobnosti pa se njuni osnovni koncepti razlikujejo. Pravna pravila se prilagajajo kompleksnosti človeških družb, medtem ko je računalniško razumevanje pravil bolj statično, objektivno in namenjeno omejenemu obsegu uporabe. Implementacija volilnih pravil v računalniški program ilustrira trk med prilagodljivostjo pravnih pravil in potrebo implementacije, da predvidi vse možne scenarije izidov, ne glede na njihovo verjetnost.

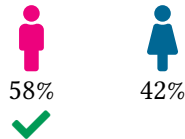
Ugotavljanje volilnega izida je v pristojnosti Državne volilne komisije in volilnih komisij volilnih enot. Zakon ni bil spremenjen že od leta 1992, kar pojasnjuje odsotnost zakonske obveznosti ali načela za prenos volilnega zakona v avtomatizirano obliko. Takšni prepisi pri nas nastajajo skozi pogodbeno sodelovanje med Državno volilno komisijo in specializiranimi podjetji za programsko opremo.

Avtomatizacija omogoča aktivnosti, ki pozitivno vplivajo na legitimnost volilnega procesa. Na primer, javno zaupanje se krepi s skoraj realnočasnim spremljanjem volilnih rezultatov in dodeljevanjem mandatov, ter posodabljanjem rezultatov med preštevanjem glasov. Naše delo prispeva k prizadevanju za nadaljnje izboljšave avtomatizacije in zanesljivosti volilnih postopkov.

**Zahvala.** Ta gradivo temelji na delu, ki ga podpira Air Force Office of Scientific Research pod oznako FA9550-21-1-0024 (*TydiForm*).

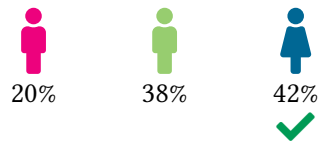
## 2. Kratek uvod v volilne sisteme

Volilni sistem, ki se uporablja na državnoborskih in na nekaterih lokalnih volitvah, je dovolj zapleten, da morajo programerji biti pri njegovi implementaciji previdni. Izbira med dvema kandidatom (slika 1) je preprosta, v vseh ostalih primerih pa je treba najprej določiti način izbora.

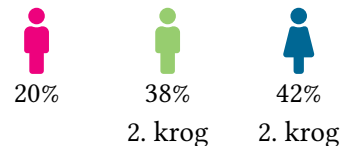


Slika 1. Izbira med dvema kandidatom

Na lokalnih volitvah za predstavnike manjšin med večimi kandidati zmagata kandidat z največjim deležem glasov (slika 2 (a)). Na predsedniških in županskih volitvah se kandidata z največ glasovi uvrstita v drugi krog volitev (slika 2 (b)), če noben od njiju ni prejel absolutne večine že v prvem krogu. Z večinskim sistemom lahko izberemo tudi več kandidatov tako, da mandate po vrsti podelimo kandidatom z najvišjimi deleži glasov. Na podoben način deluje tudi večinski sistem z volilnimi enotami, pri katerem kandidate v vsaki volilni enoti izbiramo ločeno.



Slika 2 (a). Največji delež glasov



Slika 2 (b). Drugi krog

limo kandidatom z najvišjimi deleži glasov. Na podoben način deluje tudi večinski sistem z volilnimi enotami, pri katerem kandidate v vsaki volilni enoti izbiramo ločeno.

Poglejmo še, kako delujejo proporcionalni sistemi, kjer se za glasove potegujejo liste kandidatov. Namen takih sistemov je zagotoviti, da so mandati podeljeni listam čim bližje deležem glasov, ki so jih dobile liste. V primeru na sliki želimo podeliti pet mandatov, pri čemer je bilo skupaj oddanih 1000 glasov. Pričakovali bi lahko, da bodo liste dobile mandat za vsakih 200 glasov.



Slika 3. Podeljevanje mandatov v proporcionalnem sistemu – kdo dobi zadnji mandat?

Številu glasov, ki jih lista potrebuje, da dobi en mandat, rečemo *volilni količnik*. Najenostavnejši je Harejev količnik, ki je enak količniku  $\frac{\text{glasovi}}{\text{mandati}}$ ; v zgornjem primeru je to ravno 200 glasov. S tem količnikom bi podelili listi A dva mandata ter listama B in C po enega. Podeliti pa je potrebno še en mandat. Najmanjši količnik, ki zagotavlja, da ne bomo podelili preveč mandatov, je Droopov količnik [7]:

$$\left\lfloor \frac{\text{glasovi}}{\text{mandati} + 1} \right\rfloor + 1. \quad (1)$$

V našem primeru je Droopov količnik enak 167, mandati pa se razporedijo na enak način, kot pri Harejevem količniku, čeprav lista A skoraj dobi tretji mandat ( $\frac{500}{167} \approx 2,994$ ). Pomagamo si lahko z d'Hondtovim sistemom [5],[6], ki se uporablja na volitvah v Evropski parlament, v Sloveniji pa na lokalnih volitvah. Tu je smiselno izpostaviti, da so v volilnih sistemih po svetu vpeljeni še številni

drugi načini (sekundarnega) podeljevanja še nepodeljenih mandatov. V nadaljevanju prispevka nekoliko podrobneje opisali podeljevanje mandatov na volitvah v državni zbor.

Količnik, s katerim podelimo ravno pravo število mandatov, izračunamo z d'Hondtovim sistemom tako, da števila glasov, ki so jih dobile liste, po vrsti delimo s števili 1, 2, 3, itd., dobljene količnike pa uredimo kot v tabeli 4. Mandate podelimo listam s prvimi petimi količniki.

Mandat	Lista	Glasovi	Delitelj	Količnik
1	A	500	1	500.00
2	B	300	1	300.00
3	A	500	2	250.00
4	A	500	3	166.67
5	B	300	2	150.00
	A	500	4	125.00
	C	200	1	100.00

Tabela 4. Primer d'Hondtovega postopka

### 3. Od zakona do programa in preverjanja rezultatov

Državnozborske volitve ureja Zakon o volitvah v Državni zbor (ZVDZ [8]). Na teh volitvah skupaj podelimo 90 mandatov, od tega dva za manjšini, preostalih 88 pa se podeli v osmih volilnih enotah. V grobem ima postopek za izračun rezultatov volitev v državni zbor dve fazi; omenimo le še, da na rezultat vplivajo tudi 4% volilni prag in nekateri drugi tehnični pogoji. V prvi fazi se podelijo mandati v volilnih enotah na podlagi Droopovega količnika, v drugi fazi pa se podeli preostanek mandatov z variacijo d'Hondtove metode (oz. natančneje, z variacijo Hagenbach-Bischoffovega sistema). Ta sistem poleg proporcionalnosti glede na prejete glasove list poskuša zagotoviti tudi geografsko proporcionalnost. Podrobnejša matematična obravnava izračuna izidov volitev v državni zbor Republike Slovenije je v [1].

**3.1. Droopov količnik in 90. člen.** V Zakonu o volitvah v državni zbor je prva faza postopka podelitve mandatov opisana v 90. členu. Ta člen na prvi pogled predpisuje matematično formulo, saj opiše Droopov količnik kot "[...] skupno število glasov, oddanih za vse liste kandidatov v volilni enoti, [ki se] deli s številom poslancev, ki se volijo v volilni enoti, povečanim za ena, kar se zaokroži na celo število navzgor. [...]" Če to zapišemo s formulo, dobimo

$$\left\lceil \frac{\text{glasovi}}{\text{mandati} + 1} \right\rceil, \quad (2)$$

kar ni enako definiciji količnika (1). Zakon uporablja izraz "zaokroži na celo število navzgor", kar je vsaj zavajajoče. Iskanje naslednjega večjega celega števila in zaokroževanje navzgor *nista* enakovredna v primeru, ko je količnik  $\frac{\text{glasovi}}{\text{mandati} + 1}$  že celo število. Formulo (2) je uporabljala tudi razvojna verzija uradnega programa, ki ni bila uporabljena na volitvah. Razvijalce je prepričal primer razporeda glasov, na podlagi katerega je program izvolil 91 predstavnikov.

Na slovenskih državnozborskih volitvah je v volilni enoti podeljenih 11 mandatov, oddanih pa približno 150000 glasov, zato je Droopov količnik približno 12500. Statistično je približno  $\frac{1}{12} = 8,33\%$  verjetnost, da bo količnik celo število. Verjetnost, da sprememba Droopovega količnika za 1 povzroči spremembo rezultatov volitev, je veliko manjša, vendar bi v najslabšem primeru lahko povzročila izvolitev preveč kandidatov.

**3.2. Razporeditev mandatov po volilnih enotah po 92. in 93. členu.** V drugi fazi uporabljamo d'Hondtovo metodo na nacionalni ravni, kjer se uporabijo skupni glasovi iz vseh volilnih enot. Ko listi dodelimo mandat, moramo določiti, kateremu od njenih kandidatov je dodeljen. Ker so kandidati razporejeni po 8 volilnih enotah, od katerih vsaka prejme skupno 11 mandatov, se kandidata izbere v dveh korakih: najprej izberemo volilno enoto, ki ima prosta mesta in razpoložljive kandidate z liste, nato pa med njimi izberemo kandidata.

Postopek je opisan v 93. členu ZVDZ: "Mandati [...] se dodelijo listam v volilnih enotah, ki imajo največje ostanke glasov v razmerju do količnika v volilni enoti iz 90. člena tega zakona. Če so v volilni enoti že razdeljeni vsi mandati, se mandat dodeli listi v volilni enoti, v kateri ima lista naslednji največji ostanek glasov v razmerju do količnika v volilni enoti. [...]". Mandati se torej razdelijo med

volilne enote, ki imajo največji količnik (relativni ostanek)  $\frac{\text{ostanek glasov}}{\text{Droopov količnik}}$ , kjer je ostanek glasov ravno ostanek pri deljenju skupnih glasov liste v volilni enoti z Droopovim količnikom v tej volilni enoti. Stavke "Mandati [...]" se dodelijo listam v volilnih enotah, ki imajo največje ostanke glasov v razmerju do količnika [...]" lahko interpretiramo tako, da volilna enota z največjim relativnim ostankom dobi vse mandate, ali pa tako, da se mandati razporedijo po enotah. Tudi s pravnega vidika bi bil tu zakon lahko bolj jasen (več o tem v [4]).

**3.3. Izenačenja.** Pri izračunu rezultatov se entitete razvrščajo glede na dodeljene numerične vrednosti. Vrstni red je lahko nejasen, kadar so te vrednosti izenačene, čemur bomo rekli "neodločen izid". Zakon o volitvah v državni zbor obravnava le neodločene izide med kandidati iste liste v volilni enoti ter neodločene izide med predstavniki narodnih manjšin. Pojavijo se lahko tudi neodločeni izidi med listami (izenačeni količniki v d'Hondtovem postopku) ali med volilnimi enotami (izenačeni relativni ostanki). Za vse primere, ki jih zakon ureja, je predvidena rešitev z žrebom, ki ga izvede pooblaščen organ. Razlago zakona je smiselno razširiti na vse možne neodločene izide, čeprav to povzroča dodatne zaplete.

Neodločeni izidi se delijo na tiste, ki vplivajo na rezultat volitev, ter na tiste, ki na rezultat ne vplivajo. Če izbiramo enega kandidata izmed treh, pri čemer sta dobila drugo in tretje uvrščeni enako število glasov, to izenačenje ne vpliva na rezultat. Pri večinskih sistemih je v splošnem lahko ugotoviti, ali neodločen izid vpliva na rezultat volitev, kar pa ni res v prilagojenem d'Hondtovem postopku z volilnimi enotami. Neodločeni izidi v tem sistemu so namreč lahko odvisni od rezultata prejšnjih. Na hitro si pogledajmo en tak primer. Predpostavimo, da sta v d'Hondtovem postopku zadnja razpoložljiva mandata dodeljena listama  $A$  in  $B$ , ki sta v neodločenem izidu. Če žreb da prednost listi  $A$ , lahko ta dobi zadnji razpoložljivi mandat v volilni enoti  $V_1$ , s čimer prisili listo  $B$ , da dobi mandat v drugi volilni enoti  $V_2$ , kjer so njihovi kandidati v neodločenem izidu. Če bi žreb dal prednost listi  $B$ , bi morda ta dobila mandat v volilni enoti  $V_1$  in se s tem izognila neodločenemu izidu v  $V_2$ . Matematično gledano imamo opravka z drevesom, katerega vozlišča so neodločeni izidi. Neodločen izid ne vpliva na rezultat volitev, če ima vsako od njegovih poddreves enako porazdelitev rezultatov.

Program avtorjev zazna vse neodločene izide in poroča o neodločenih izidih, ki vplivajo na rezultate. Razen žrebov predpisanih z zakonom, naš program ni zaznal takih neodločenih izidov na realnih podatkih. Neodločenih izidov, ki ne vplivajo na rezultat volitev in ki jih zakon ne omenja, je v postopku lahko veliko, zato ni dobrega razloga, da bi se za vsak tak neodločen izid izvajal žreb. Rezultati neodločenih izidov se lahko izvedejo vnaprej z naključno ureditvijo entitet.

**3.4. Metodologija in zmanjševanje tveganja.** Pri preverjanju programov se običajno uporabljajo trije pristopi:

1. *Testiranje:* Izvajanje programa na testnih primerih in primerjava rezultatov s referenčnimi rezultati.
2. *Verifikacija:* Ugotavljanje pravilnosti kode s formalnimi matematičnimi dokazi.
3. *Redundanca:* Razvoj več različic programa za isto nalogo, ki se izvajajo neodvisno, njihove rezultate pa se primerja.

Verifikacija zagotavlja najvišjo stopnjo zaupanja, vendar je tudi najbolj zahtevna. Ta pristop v našem primeru ni bil izvedljiv, saj uradna koda deluje v varnem okolju z omejenim dostopom. Namesto tega smo uporabili teste in lastno implementacijo programa za izračun rezultatov volitev. Glavni tveganji povezani z našim delom sta bili *veljavnost podatkov* in *prisotnost programskih napak*. Zmanjševali smo ju z več protiukrepi. Podatki so bili predmet preverjanja na različnih ravneh. Poleg tega smo zagotovili redundanco pri izračunu rezultatov, kar je zmanjšalo možnost napak. Na koncu smo izvedli številne stresne teste, ki so nam pomagali odkriti in odpraviti morebitne napake v naši programski opremi.

#### 4. Ozaveščanje javnosti in 2. faza projekta

Vpeljava nove programske opreme je imela zamudo, zaradi česar so se leta 2022 na državnozborskih volitvah rezultati še zadnjič računali s staro programsko komponento.

Tako so se primerjali trije neodvisni izračuni: izračuna starega in novega uradnega programska ter programa avtorjev. Rezultati starega uradnega programa so se razlikovali od rezultatov nove uradnega programa in programa avtorjev, ki sta bila med seboj usklajena. Izkazalo se je, da je stara



programska komponenta napačno izvajala postopek iz 93. člena ZVDZ tako, da je spremenila izbor kandidatov znotraj list.

Števila mandatov dodeljena listam so bila pravilna, vendar je program izbral skupno šest napačnih kandidatov. Po odpravi napake so se ujekali vsi izračuni. Državna volilna komisija je potrdila rezultate po posvetovanju s predstavniki Genisa in Fakultete za matematiko in fiziko ter razpravi. Zanimanje medijev je bilo znatno, kar nas je postavilo v vlogo strokovnjakov za volitve, ki so našli napako, in jo morali pojasniti javnosti. Ta izkušnja nas je naučila, kako pomembna je priprava na javno komunikacijo in kako koristno je proaktivno ozaveščanje.

Za drugo fazo projekta, jeseni leta 2022, je bila nova programska oprema nameščena in pripravljena za uporabo. Opravili smo načrtovane teste in validacijo, ter v sodelovanju z Državno volilno komisijo razširili svoje dejavnosti na ozaveščanje javnosti o volilnih postopkih. Fakulteta za matematiko in fiziko je objavila neodvisne izračune rezultatov volitev na svoji spletni strani [2], tik pred lokalnimi volitvami pa smo organizirali tudi javno predavanje [3] o slovenskih volilnih sistemih.

#### 4.1. Preverljiva potrdila.

Med posvetom z Državno volilno komisijo se je pojavilo vprašanje, kako najbolje ročno preveriti rezultate volitev. Rešitev smo oblikovali po zgledu računalniških potrdil, ki se uporabljajo za preverjanje pravilnosti izračunov. Enostaven primer je preverjanje dejstva, da neko število ni praštevilo. Veliko lažje je preveriti, da 97921 ni praštevilo tako, da preverimo, da velja  $181 \times 541 = 97921$ , kot da poiščemo vsaj enega delitelja tega števila. Preverljiva potrdila so podrobna poročila, ki prikazujejo, kako so bili rezultati volitev doseženi. Koraki za preverjanje poročila so dovolj preprosti, da jih izvede vztrajen posameznik. Idejo lahko ponazorimo s pomočjo primera iz tabele 4. Če je rezul-

Lista	Glasovi	Lista	Količnik	Lista	Naslednji količnik liste
<i>A</i>	500	<i>A</i>	$500/1 = 500.00$	<i>A</i>	$500/4 = 125$
<i>B</i>	300	<i>B</i>	$300/1 = 300.00$	<i>B</i>	$300/3 = 100$
<i>C</i>	200	<i>A</i>	$500/2 = 250.00$	<i>C</i>	$300/1 = 100$
		<i>A</i>	$500/3 = 166.67$		
		<i>B</i>	$300/2 = 150.00$		

Tabela 5 (a)

Tabela 5 (c)

Tabela 5 (b)

tat programa le, da *A* dobi tri mandate, *B* in *C* pa po enega, bi za preverjanje pravilnosti morali ponovno izvesti celoten d'Hondtov postopek. Program je enostavno dopolniti tako, da vrne tudi tabelo z d'Hondtovim postopkom (tabela 5 (b)) in tabelo 5 (c), s katero lahko preverimo, da nismo izpustili nobenega količnika. Preveriti moramo, ali so števila glasov za liste v tabelah 5 (a), 5 (b) in 5 (c) in pravilna, ter da so količniki v tabelah 5 (b) in 5 (c) pravilno izračunani. V tabeli 5 (b) preverimo, da:

- levi stolpec šteje do 6,
- količniki za posamezno listo so zaporedni, s števili 1, 2, 3, . . . ,
- vrstice tabele so urejene padajoče po količnikih.

V tabeli 5 (c) je treba preveriti še, da

- se v njej pojavijo vse liste,
- je za vsako listo količnik res naslednji po vrsti in da so
- vsi količniki manjši od količnikov v srednji tabeli.

Za pravilnost števila mandatov je treba preveriti le še, da se *A* v srednji tabeli pojavi trikrat, *B* dvakrat in *C* enkrat.

#### 5. Zaključki

V skupnem projektu z Državno volilno komisijo in sledečim sodelovanjem matematikov, računalničarjev in pravnikov smo si prizadevali potrditi skladnost, natančnost in verodostojnost prevoda

zakonodajnih pravil v algoritmično obliko in računalniško implementacijo. Identificirali in razjasnili smo več pomanjkljivosti v zakonodajnem besedilu, ki so ključne za volilne postopke. Sodelovanje je privedlo do boljšega razumevanja problemov in natančno določilo pravne vrzeli, ki jih ni mogoče rešiti ne s pravnimi interpretativnimi orodji ne z matematično in algoritmično analizo.

Menimo, da lahko rezultati našega interdisciplinarnega pristopa služijo kot zbirka priporočil Državnemu zboru, Državni volilni komisiji in podjetjem, ki sodelujejo pri razvoju programja za volilne postopke. Naša nadaljnja prizadevanja bodo usmerjena v ozaveščanje splošne javnosti in strokovnih skupnosti o potrebi po spremembah in prilagoditvah obstoječih pravil, da bodo lahko izpolnjevala najvišje ustavne in mednarodne volilne standarde ter zagotavljala trden pravni temelj za računalniško vodeno izvajanje volilnih postopkov.

## Viri

- [1] Andrej Bauer. Matematična obravnava izračuna izidov volitev v državni zbor Republike Slovenije (Mathematical analysis of computation of results of National Assembly elections in the Republic of Slovenia). Faculty of mathematics and Physics, University of Ljubljana, <https://volitve.fmf.uni-lj.si/volitve-v-drzavni-zbor.pdf>, 2022.
- [2] Andrej Bauer and Katja Berčič. Slovenian electoral systems and elections 2022. Faculty of mathematics and Physics, University of Ljubljana, <https://volitve.fmf.uni-lj.si>, 2022.
- [3] Andrej Bauer and Katja Berčič. Volilni sistemi na slovenskih lokalnih volitvah – javno predavanje (Electoral systems in Slovenian local elections – public lecture. Faculty of mathematics and Physics, University of Ljubljana, <https://volitve.fmf.uni-lj.si/javno-predavanje-2022.html>, 2022.
- [4] Andrej Bauer, Katja Berčič, and Saša Zagorc. Validation of slovenian national and local elections in 2022. *Journal of Cross-disciplinary Research in Computational Law*, sprejet v objavo
- [5] Victor d'Hondt. *Système pratique et raisonné de représentation proportionnelle*, par V. d'Hondt... C. Muquardt, Bruxelles, 1882.
- [6] Victor d'Hondt. *Exposé du système pratique de représentation proportionnelle*. Gante, Imprimerie Eug. Van der Haeghen, 1885.
- [7] H. R. Droop. On Methods of Electing Representatives. *Journal of the Statistical Society of London*, 44(2), 141–202, 1881.
- [8] Zakon o volitvah v državni zbor. Uradni list RS, št. 109/06 – uradno prečiščeno besedilo, 54/07 – odl. US, 23/17 in 29/21.

30

## Pouk fizike v Waldorfski šoli

**Avtorica:** Tjaša Černoša<sup>1</sup>

<sup>1</sup> *Waldorfska šola Savinja, Žalec*

Malo predmetov učence tako zdrami kot fizika. Učenci jo pričakujejo z velikim veseljem. V waldorfski šoli se pouk fizike prične v 6. razredu z vsebinami naravoslovja. Način poučevanja in waldorfski učni načrt sta prilagojena razvojni stopnji otrok v tem obdobju. Vsako razvojno obdobje otroka ima svoje značilnosti in temu je prilagojen način poučevanja. Torej s poučevanjem fizikalnih vsebin v waldorfski šoli pričnemo v 12. letu starosti učencev. To je obdobje predpubertete. V tem obdobju so otroci zelo radovedni. Tudi porednost učencev postane sedaj drugačna. Majhni otroci si ne morejo pomagati, da so poredni, saj se ne morejo kontrolirati. Otroci v tem obdobju pa »načrtujejo lumparije«. Za njih je to znanstveni eksperiment (»Kako daleč lahko grem? Kje je meja?«). Učenci v obdobju predpuberte želijo spoznati povezavo med vzrokom in posledico, zato je to idealen čas za pričetek eksperimentiranja in pouka fizike. Izhodišče vsake učne snovi je doživetje pojava/poskusa z dobrim opazovanjem in raziskovanjem. Kasneje, v višjih razredih se podamo k abstrakciji oz. opisu fizikalnih pojavov z matematičnimi obrazci. Pri pouku fizike učimo učence opazovati, opisovati, meriti, primerjati, izvajati poskuse, natančno zapisovati procese in rezultate, tabelirati, risati grafe odvisnosti, sklepati o zakonitostih ter preveriti postavljene trditve. Pouk fizike daje učencu uporabna znanja. Vsebine za pouk iščemo iz vsakdanjika. Pri pouku fizike se metode neposrednega opazovanja

in eksperimentalnega dela prepletajo s teoretičnimi vidiki. Fiziko učencem najbolj približamo tako, da gremo od osebnih doživetij, zaznav proti objektivnim zakonitostim.

Po waldorfskem učnem načrtu začnemo poučevati fiziko z vsebinami, ki so učencem najbližje. Priporočljivo je pričeti z akustiko, ker so učencem glasbene vsebine najbližje, saj se z njimi soočajo že od prvega razreda. V waldorfski šoli je glasbena umetnost eden izmed pomembnejših umetniških predmetov. V prvi triadi se vsi učenci učijo igranja pentatonične flavte, v četrtem razredu se vsi učenci preizkusijo v igranju violine in od četrtega razreda naprej vsi učenci igrajo kljunasto flavto.

Zaradi drugačnega načina poučevanja učenci pri pouku ne uporabljajo učbenikov in delovnih zvezkov, ampak pri pouku pišejo zapise v zvezek pod budnim strokovnim nadzorom učitelja. Tako nastaja njihov lasten »učbenik« iz katerega se učijo. Pouk fizike je vsako uro obarvan praktično oz. izkustveno, kar zahteva premišljeno, natančno in strokovno pripravo učitelja. Pouk v waldorfski šoli poteka v epohah in v tridnevem ciklu. To pomeni, da se v 6. razredu tri tedne zapored v glavni uri poučuje predmet fizika. Glavna ura epohe poteka vsak dan od 8.00 do 9.55 ure. Vsaka glavna ura je natančno ter premišljeno strukturirana. V vsaki glavni uri se zvrsti več različnih dejavnosti. Glavna ura se prične s pozdravom in verzom, ki je značilen za vse waldorfske šole po celem svetu. V nadaljevanju v nekaj minutah učenci podelijo zanimive novice iz njihovega vsakdana sošolcem in učitelju. Sledi ritmični del v katerem se razred »uglasi« in pripravi na šolsko delo. Ritmični del pripravi učitelj in v ritmičnem delu lahko npr. učenci recitirajo pesmi povezane z učno snovjo, igrajo flavto, izvajajo ritmično-gibalne vaje.... Ritmičnemu delu ure sledi ponavljanje, utrjevanje in preverjanje že usvojene učne snovi. Sledi pregled samostojnega/domačega dela prejšnje ure in zapis snovi. Zadnji velik del glavne ure je namenjen eksperimentalnemu oz. raziskovalnemu delu nove učne vsebine. Obravnava učne snovi poteka v tridnevem ciklu, to pomeni da vsako učno vsebino obravnavamo tri dni v treh korakih. Pred izvedbo epohe učitelj natančno in premišljeno strukturira snov epohe v tridnevem ritmu. Primer prvih nekaj dni epohe fizike v 6. razredu je prikazan v spodnji preglednici.

	NOVA SNOV/POSKUS	ZAPIS	PONAVLJANJE/ UTRJEVANJE
1. dan epohe	AKUSTIKA KAJ VSE SLIŠIMO?		
2. dan epohe	ODDAJNIKI ZVOKA	AKUSTIKA KAJ VSE SLIŠIMO?	
3. dan epohe	SPREJEMNIKI ZVOKA	ODDAJNIKI ZVOKA	AKUSTIKA KAJ VSE SLIŠIMO?
4. dan epohe	POSREDNIK ZVOKA	SPREJEMNIKI ZVOKA	ODDAJNIKI ZVOKA
5. dan epohe	FREKVENCA ZVOKA IN VRSTE ZVOKA	POSREDNIK ZVOKA	SPREJEMNIKI ZVOKA
6. dan epohe		FREKVENCA ZVOKA IN VRSTE ZVOKA	POSREDNIK ZVOKA
7. dan epohe			FREKVENCA ZVOKA IN VRSTE ZVOKA

Tabela 1: Prikaz tridnevnega cikla.

Učno snov obravnavamo v treh korakih.

**Prvi dan.** Obravnavo nove snovi pustimo za zadnji del ure, ko opazujemo oz. raziskujemo sklop poskusov vezanih na obravnavano učno snov. Vse izvedene poskuse učenci skrbno zapišejo v zvezek. V zvezek zapišejo naslov poskusa, pripomočke, ki so jih uporabili pri poskusu, opišejo poskus, zapišejo ugotovitve poskusa ter poskus ilustrirajo. Pridobljene izkušnje prespimo. Primeri poskusov pri obravnavi oddajnikov zvoka.

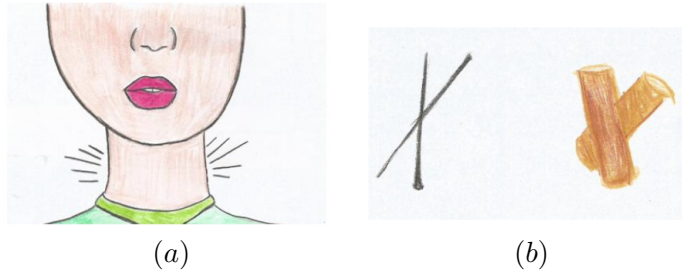
1. poskus: RRRR.... Opis: Z rokama se primem za vrat in izgovorim rrrrrrr. Ugotovitev: Ob tem, ko izgovorim črko R, čutim tresljaje v rokah. Tresljaje v rokah čutim zato, ker se ob izgovoru črke R tresejo glasilke.

2. poskus: GLASBENE VILICE. Pripomočki: glasbene vilice, kladivce, kozarec vode, žogica za namizni tenis pritrjena na tanko vrstico. Opis:

(a) S kladivcem udarimo po glasbenih vilicah in jih potopimo v vodo.

- (b) S kladivcem udarimo po glasbenih vilicah in se z njimi dotaknemo mirujoče viseče žogice za namizni tenis.

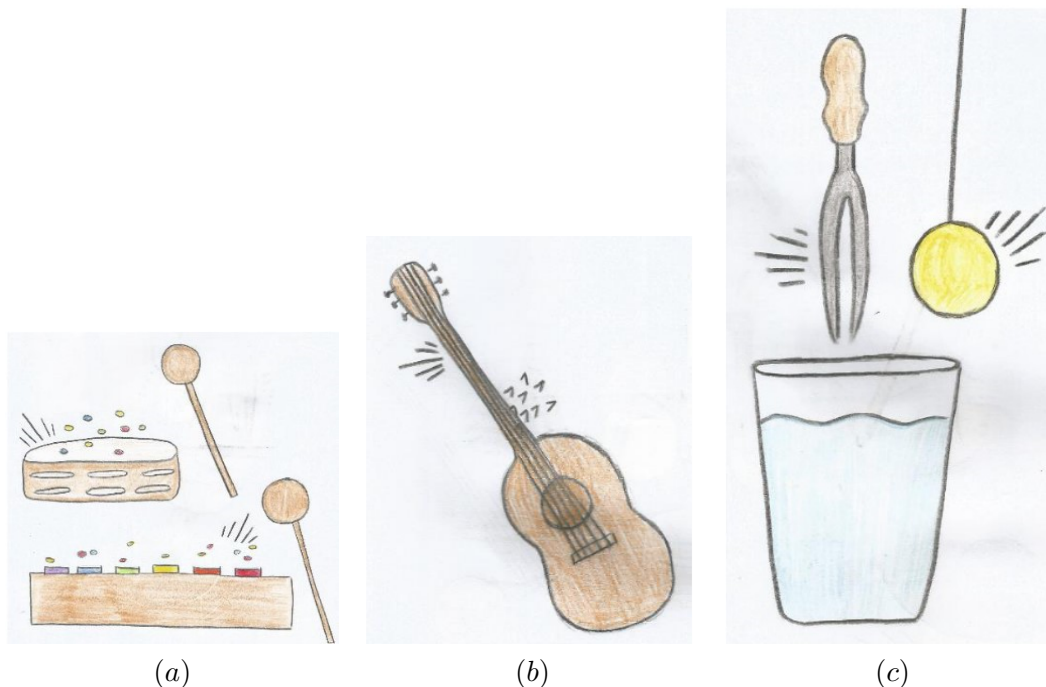
Ugotovitev: a) Ko pojoče glasbene vilice potopim v vodo, voda šprica iz kozarca. Voda je špricala iz kozarca zato, ker so se pojoče glasbene vilice ob oddajanju zvoka tresle. b) Ko se s pojočimi glasbenimi vilicami dotaknem mirujoče in viseče žogice za namizni tenis, žogica začne poskakovati. Žogica poskakuje zato, ker so ji pojoče glasbene vilice predale tresljaje.



Slika 1: (a) Ilustracija poskusa RRRR... v učenkinem zvezku, (b) Ilustracija poskusa PALICI v učenkinem zvezku.

3. poskus: KSILOFON in TAMBURIN. Pripomočki: ksilofon, tamburin, palčka, pšenični zdrob. Opis: Pšenični zdrob posujemo po tamburinu in ploščicah ksilofona, ter s palčko zaigramo na tamburin in ksilofon. Ugotovitev: Ko s palčko udarimo/zaigramo na tamburin in ploščice ksilofona, pšenični zdrob poskakuje. Pšenični zdrob poskakuje zato, ker se opno tamburina in ploščice ksilofona ob oddajanju zvoka tresejo.

4. poskus: KITARA. Pripomočki: kitara, papirnati jahači. Opis: Na strune kitare položimo papirnate jahače in zaigramo na strune. Ugotovitev: Ko zaigramo na struno, jahač, ki leži na struni odskoči. Jahač odskoči, ker struna ob oddajanju zvoka niha.



Slika 2: (a) Ilustracija poskusa TAMBURIN in KSILOFON v učenkinem zvezku, (b) Ilustracija poskusa KITARA v učenkinem zvezku, (c) Ilustracija poskusa GLASBENE VILICE v učenkinem zvezku

5. poskus: PALICI. Pripomočki: dve leseni in dve kovinski palici. Opis: V levo roko primemo eno leseno palico, v desno roko pa drugo. Palici močno držimo in udarimo drugo ob drugo. Poskus ponovimo še s kovinskima palicama. Ugotovitev: Ko palici udarimo drugo ob drugo zaslišimo zvok in ob tem čutimo v rokah tresljaje.

**Drugi dan.** Skozi pogovor obnovimo doživetja prejšnjega dne in poslušamo zanimivosti oz. ugotovitve, ki so jih učenci zaznali ob izvajanju poskusov. Naredimo posplošitev – poiščemo podobnosti poskusov in zakonitosti. To nato skupno oblikujemo in zapišemo: *Predmete, ki oddajajo zvok imenujemo oddajniki zvoka ali zvočila. Telesa oddajajo zvok, kadar se tresejo ali nihajo.*

**Tretji dan.** Obnovimo dogajanje prvega dne. Ponovimo zakonitosti do katerih smo prišli prejšnji dan. Poiščemo še kakšen primer iz vsakdanjega življenja, v katerem najdemo potrditev naših ugotovitev. Npr. raziščemo kako in na kakšen način ljudje oddajamo zvok? Ljudje oddajamo zvok tako, da potisnemo zrak iz pljuč skozi glasilke, ki se pri tem zatresejo. Vsak dan se torej v glavni uri dogajajo štiri faze: ponavljanje, iskanje zakonitosti, obnavljanje doživetja ter izvajanje novih opazovanj in poskusov (razen seveda uvodne in zaključne ure epohe). Ob takem načinu dela se učenci v glavnem vso snov naučijo v razredu. Učitelj ima zelo dober pregled nad doseženim znanjem in nenehno vzpodbuja sodelovanje prav vsakega učenca.

Ves čas epohe fizike povezujemo učno snov še z ostalimi učnimi predmeti. Učenci ves čas skrbijo, da je njihov zvezek natančno, pregledno in estetsko urejen. Tako se vsakodnevno povezujemo z likovno umetnostjo. Kadar učenci pri učni snovi spoznajo obrazec za izračun katere izmed fizikalnih količin (npr. frekvence), se urimo v računanju neznanih količin v obrazcu in se tako povezujemo z matematiko. Učenci se vsakodnevno urijo v samostojnih in natančnih zapisih poskusov in tako se povezujemo s slovenščino. Povezujemo se z glasbeno umetnostjo in raziskujemo kako in na kakšen način oddajajo zvok različna glasbila in igramo na glasbila. Učno snov razširimo tako, da raziščemo človeka, kako in na kakšen način ljudje sprejemamo in oddajamo zvok. Z delovanjem glasilk in ušesa razširimo poznavanje snovi še z biologijo. Ob raziskovanju širjenja zvoka po zraku pridemo do atomov in molekul ter kemije. S tehniko in tehnologijo se povežemo tako, da izdelujemo preprosta glasbila (zvončke, ksilofone, pihala, preprosta brenkala...). Možnosti in idej medpredmetnega povezovanja je veliko. Poučevanje je umetnost, učitelj pa umetnik, ki učence s pomočjo učnega načrta ter primernega načina poučevanja glede na razvojno stopnjo otrok pripelje od željenih učnih ciljev in standardov znanja.

29

## Fiz'ka cveke pr'tiska, kemija pa zabija. Menda ne zaradi matematike?

Avtor: Ambrož Demšar<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Zavod sv. Stanislava, OŠ Alojzija Šuštarja

Predpone niso nič drugega kot tuja, predvsem grška in latinska poimenovanja števil. Znanje in uporaba le-teh, ki so praviloma prva tema vsakega naravoslovnega učbenika, se smatra kot temelj, na katerem se gradijo naravoslovne vsebine. Kljub enostavnosti in sistematičnosti, kljub omejitvi na poznavanje zgolj dveh osnovnih količin v osnovni šoli (meter za dolžino in (kilo)gram za maso) ter kljub uporabi določenih predpon že od prvega razreda dalje in vsakoletnem obnavljanju in razširjanju vsebine, povprečen osnovnošolec glede na rezultate nacionalnih preverjanjih (NPZ 2022) znanja slabo uporablja.

V prispevku prikazujemo napačne primere poučevanja pretvarjanja in slabih pripomočkov v osnovnih šolah in navajamo bolj smiselne in bolj razumljive predloge.

### 1. Poučevanje merjenja količin in pretvarjanja enot

Pretvarjanje enot je proces, pri katerem spreminjamo eno mersko enoto v drugo, običajno tako, da uporabimo matematično razmerje med enotama. V osnovni šoli se učenci najprej seznanijo s preprostimi primeri pretvarjanja enot, kot so pretvorbe med metri in centimetri ter med litri in mililitri.

Najprej se naučijo osnovnih enot, kot so meter za dolžino, liter za prostornino in gram za maso. Nato spoznavajo manjše enote, kot so centimeter, mililiter in gram, ter razumejo, kako so te enote povezane z osnovnimi enotami. To omogoča, da lahko pretvorijo med različnimi enotami in izračunajo ustrežno vrednost.

V višjih razredih učenci z učitelji utrjujejo znane predpone in pretvarjanje z njimi pri matematiki predvsem pri geometrijskih nalogah. Največ vaj iz te teme v učbenikih najdemo v 6. razredu, kasneje pa ne. Pri fiziki v 8. razredu spoznajo še preostale predpone in jih še enkrat utrdijo pri poglavju »Uvod v fiziko«. Po tem poglavju naj bi vsi učenci znali uporabljati predpone in pretvarjati enote. Mnogi tega ne uspejo. Avtor je sodeloval pri pisanju fizikalnega učbenika »Zakaj se dogaja«, po osebnem pogovoru z izkušenim urednikom je umaknil z začetka učbenika temo pretvarjanje, saj da »pretvarjanje osmošolce zaradi težavnosti že na začetku zablokira«.

V resnici predpone niso nič drugega kot tuja, predvsem grška in latinska poimenovanja števil. Decem za deset(ino), hek(a)to(n) za sto; tudi femto(en) za  $10^{-15}$  in tera (pošast). Pretvarjanje ni težko, pri enotah s potenco 1 je pretvornik do enote s sosednjo predpono  $10^1$  ( $m$  v  $dm$ ,  $dm$  v  $cm$ ,...), pri enotah s potenco 2 (recimo pri ploščinskih)  $10^2$  ( $m^2$  v  $dm^2$ ,  $dm^2$  v  $cm^2$ ,...) pri enotah s potenco 3 (recimo volumskih) pa  $10^3$  ( $m^3$  v  $dm^3$ ,  $dm^3$  v  $cm^3$ ,...) itn. Učencem tako postane razumljiva uporaba predpon vsakdanje volumske enote liter, velja isto pravilo ( $10^1$ ), saj je liter enota s potenco 1 in ne s potenco 3.

Mnogi učitelji so prepričani, da gre pri pretvarjanju za zahtevnejšo snov pri pouku matematike. Ugotovitve še starih raziskav (npr. Kavkler v knjigi »Brati, pisati, računati iz leta 1991), da imajo učenci ob zaključku osnovne šole precejšnje težave s pretvarjanjem dolžinskih merskih enot (petina učencev pri enostavni nalogi za 3. razred naredi pet do deset napak, desetina pa več kot deset napak), pa tudi sodobne raziskave TIMSS in nacionalna preverjanja potrjujejo, da so težave precejšnje. In četudi bi šlo samo za pouk matematike, se moramo zavedati, da ima (merjenje in) pretvarjanje enot v vsakdanjem življenju, posebej pa v naravoslovnih in tehniških vedah nepogrešljivo vlogo.

Na primeru naloge iz nacionalnega preverjanja znanja z dne 6. 5. 2022 izpostavljam težave pri pretvarjanju masnih enot. Učenec je moral pretvoriti 15 dag (masla), 0,2 kg (sladkorja) v grame. Naloga je bila slabo reševana. Pravilno je količini pretvorilo zgolj 35% devetošolcev. V resnici ne more iti za težjo nalogo, saj sta učencem predponi deka in kilo znani, z decimalnimi števili se srečajo že v 6. razredu, ne gre za neživiljenjsko ali čisto fizikalno nalogo, ki jo kot nematematično včasih preskočijo.

## 2. Razlogi za slabo razumevanje in nepravilno uporabo predpon

V Svetu matematičnih čudes 3 (2001) Cotičeva vpeljuje merjenje postopoma s štirimi metodičnimi koraki:

1. primerjanje količin (večje/manjše, krajše/daljše ...)
2. merjenje z relativno enoto (koraki, orehi ...)
3. merjenje s konstantno nestandardno enoto (merjenje s kozarcem, dolžino svinčnika ...)
4. merjenje s standardno enoto (kilogram, milimeter ...)

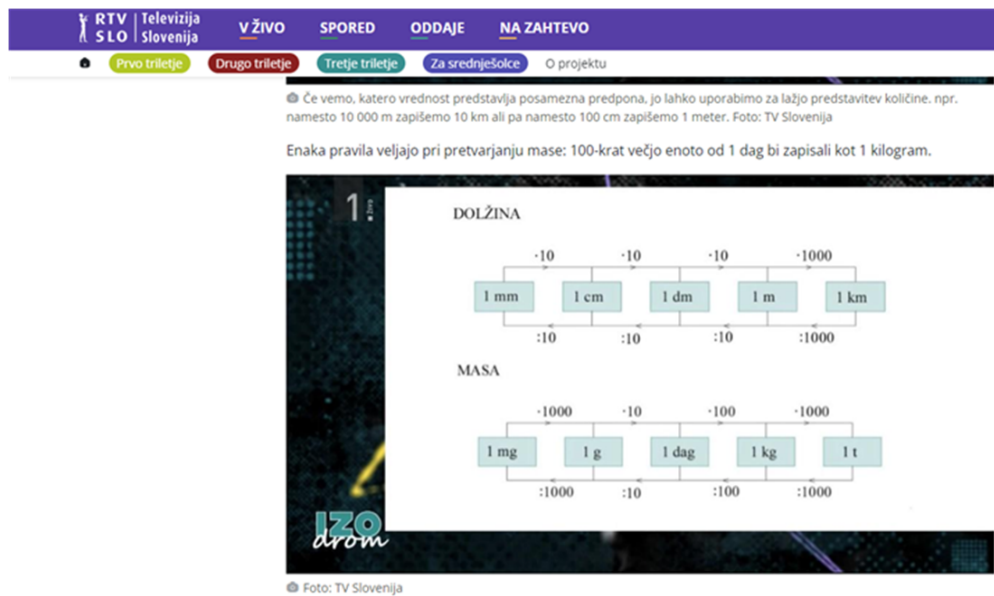
Pri merjenju z relativno enoto dobijo učenci različne rezultate, pri merjenju s konstantno nestandardno ali standardno enoto pa bi morali biti rezultati vsaj približno enaki. Učenci naj bi vsaj v nižjih razredih merili vedno konkretne stvari in ne slik predmetov, saj je nujno povezovati teorijo in prakso. Po izkušnjah učitelji matematike (pa tudi učitelji razrednega pouka) vse premalo damo poudarka praktičnemu ponazarjanju merskih enot. Pomagala, ki jih lahko opazim pri učencih, so več ali manj neprimerna. V spodnji tabeli opozarjam na nelogičnost postavitve kilograma za razumevanje predpon.

km			m	dm	cm	mm
t			kg		dag	g
	hl		l	dl	cl	ml

Slika 1: Primer neprimernega pomagala iz osnovne šole



Celo pomagala, ki jih najdemo v javno dostopnih razlagah ([1]) kažejo na nerazumevanje sistema, kakor je bil SI (skrajšano iz francoskega *Système international*) v bistvu vzpostavljen. Vsaka posebna sprememba, razen pretvornik 10 do sosednje predpone moti učenca.



Slika 2: Zajem zaslona oddaje na RTV Slovenija v času korone z neprimernimi pretvarjanji

Tudi v (spletnih) učbenikih ni drugače. Vsaka razlaga v elektronskih učbenikih je vsaj delno neustrezna ali logično pomanjkljiva: E- učbenik matematiko za 5. razred [2], kjer prazna okenca čakajo še na zapolnitev (kot npr. nepopoln periodni sistem v času Mendelejeva), podobno e- učbenik za matematiko v 6. razredu [3]; podobno nepopoln je tudi e-učbenik za fiziko v 8. razredu [4], kjer bi sam dodal v tabeli za predpone še enico kot desetiško potenco  $10^0$ . Tako, kot jo predvideva tudi Mednarodni sistem enot.

### 3. Priporočila

Predpone so v 8. razredu krasen uvod v desetiške potence; celo zahtevnejša snov  $10^0$  in  $10^{-n}$  in kasneje algebrski ulomki postanejo lažje razumljivi. Pri tem matematiki lahko priskoči v pomoč sama fizika, saj učencem z odličnimi predstavami prikaže, kaj npr. število dejansko predstavlja. (Izvrstne analogije ima knjiga Joela Levyja "Čebela v katedrali"). En najboljših videov, vreden predstavitve v razredu je Powers of Ten™, posnet že leta 1977.

Slika 3: (a) Primer vaje pretvarjanja dolžinskih enot (lasten vir), (b) Geometrijski prikaz dimenzij za osnovnošolce (lasten vir)

Na Sliki 3 prilagam primer vaje iz pretvarjanja dolžinskih enot, ko učenci vedo, kaj določena vrednost pomeni.

Priporočam dosledno uporabo predpon, tudi če niso običajne, sicer se sistem podre. V pomoč učencem predlagam mnemotehniko **kar hitro daj 1 dober cmok mamici**. Neuporaba hektometra in dekametra zahtevata posebna "pretvarjanja" iz metra v kilometer, neuporaba hektograma prav tako. Učitelji lahko smiselno vpeljemo v slovenski prostor vsaj predpone, saj bodo ideje dr. Plemlja o logičnem poimenovanju števil v slovenščini najverjetneje ostale neuresničene. Torej če že ne moremo spremeniti jezika iz štiristo dvainsedemdeset v štiristo sedemdeset dva (472 ali 427) in če že ne moremo spremeniti jezika 10 ur celega dneva v hektominute, uporabljajmo dekalitre, decigrame in hektometre. Tudi pomoč pri pretvarjanju z okenčki postane šele sedaj smiselna:

- če ima enota eksponent 1, potem do sosednje enote pridemo s pretvornikom  $10^1$ ,
- če ima enota eksponent 2, potem do sosednje enote pridemo s pretvornikom  $10^2$ ,
- če ima enota eksponent 3, potem do sosednje enote pridemo s pretvornikom  $10^3$ , ...

Na ta način lahko pretvarjamo npr. z enotama za prostornino, ki imata različna eksponenta: liter in  $dm^3$ . Šele tako lahko učenci ugotovijo, da  $cm^3$  ni centiliter, kot večina misli.

**Dolžina (po Wikipediji)**

- 0,01 cm - debelina lasu ali barvnega premaza = \_\_\_\_\_ mm
- 1,5 mm - dolžina bolhe = \_\_\_\_\_ cm
- 2,54 cm —1 palec (angl. inch) = \_\_\_\_\_ mm
- 1 m – 40 milijontni del obsega zemlje po poldnevniku = \_\_\_\_ dm
- 1,435 m - normalna osna razdalja železniškega tira = \_\_\_\_\_ mm
- 1,83 m (6 čevljev) – povprečna višina moškega = \_\_\_\_\_ cm
- 3,048 m (10 čevljev) - višina koša pri košarki = \_\_\_\_\_ mm
- 3,054 m - dolžina starega Mini Morrisa (Mr. Beana) = \_\_\_\_\_ dm
- 3,63 m - največji razpon krila živeče ptice (albatros) = \_\_\_\_\_ mm
- 3,66 m - dolžina novega Minija = \_\_\_\_\_ dm
- 5,50 m - višina žirafe = \_\_\_\_\_ cm
- 7,5 m - približna dolžina človeškega prebavnega trakta = \_\_\_\_ dm
- 30 m— dolžina sinjega kita, največje živali, ki je kdaj živela na Zemlji = \_\_\_\_\_ km
- 55 m — višina poševnega stolpa v Pisi = \_\_\_\_\_ cm
- 70,35 m — višina prvega slovenskega nebotičnika v Ljubljani = \_\_\_\_\_ dm
- 90 m — višina slapa Rinka = \_\_\_\_\_ km
- 95 m — višina najvišjega stebra viadukta Črni Kal = \_\_\_\_\_ mm
- 105 m -- dolžina nogometnega igrišča = \_\_\_\_\_ dm
- 112,34 m -- višina najvišjega drevesa na svetu = \_\_\_\_\_ km
- 128,1 m -- višina najvišjega tobogana na svetu = \_\_\_\_\_ cm

(a)

• **0 dimenzij**

— **1 dimenzija**  $cm^1$

□ **2 dimenziji**  $cm^2$

◻ **3 dimenzije**  $cm^3$

(b)

km <sup>3</sup>			hm <sup>3</sup>			dam <sup>3</sup>			m <sup>3</sup>			dm <sup>3</sup> = l			cm <sup>3</sup> = ml			mm <sup>3</sup>		
											0	0	3	3						
		0,	4	7	3	0	0	0	0	0	0									

Slika 5: Primeren pripomoček za pretvarjanje enot za volumen, vnesene vrednosti pomenijo pretvarjanje 33 litrov in 0,473 km<sup>3</sup> v kubične metre. Z rdečo barvo so označena posebna poimenovanja (lasten vir)

Z razumevanjem predpon bi lahko celo izboljšali tako zaželeno finančno pismenost učencev. Celo odrasli težko primerjamo milijon in milijardo evrov. V analogiji s časom gre lažje: 10<sup>6</sup> (milijon) sekund : 3600 : 24 = 11,5 dneva glede na 10<sup>9</sup> (milijardo) sekund : 3600: 24 : 365,25 = 31 let in pol; glede na to, da je bankovec debel desetino milimetra, lahko učenci brez težav izračunajo, da milijon evrov brez težav spravimo v šolsko torbo, medtem ko bi z milijardo evrov lahko zapolnili manjšo sobo.

**4. Zaključek**

Mednarodni sistem enot (Système international) je skladen sistem merskih enot, ki temelji na osnovnih enotah in trenutno dvajsetih predponah za imena enot in simbole enot, ki se lahko uporabijo, kadar gre za večkratnike in dele enot. Z izpuščanjem nekaterih predpon porušimo skladnost, zato v nalogah dosledno uporabljamo tudi sicer še neobičajne predpone. Razložimo jih s potencami, prav tako njihovo pretvarjanje, pomagajmo si z mnemotehniko, predvsem pokažimo učencem, kaj konkretna enota s predpono predstavlja.

**Viri**

- [1] <https://www.rtv slo.si/tv/otroski/izodrom/merske-enote-in-pretvarjanje/523009>
- [2] <https://eucbeniki.sio.si/mat5/760/index4.html>
- [3] <https://eucbeniki.sio.si/matematika6/537/index7.html>
- [4] <https://eucbeniki.sio.si/fizika8/139/index1.html>



# Iskanje rešitev matematičnih problemov s pomočjo umetne inteligence

**Avtorica:** Danijela Gerkšič Blatnik<sup>1</sup>

<sup>1</sup> *Prometna šola Maribor*

## 1. Uvod

Umetna inteligenca (v nadaljevanju UI) služi kot orodje za izboljšanje učinkovitosti in natančnosti pri reševanju matematičnih problemov, ne more pa nadomestiti razmišljanja in razumevanja. Metode, pri katerih lahko uporabimo umetno inteligenco za reševanje matematičnih problemov, vključujejo ustrezno programiranje, algoritme in veliko količino podatkov za uspešno delovanje. Postopki so odvisni od vrste problema in razpoložljivih podatkov. S pomočjo UI lahko na primer simbolno in numerično računamo, napovedujemo matematične trende, iščemo optimalne rešitve, prepoznavamo vzorce v velikih količinah podatkov, odkrivamo nove matematične strukture ali vzorce, ustvarjamo rešitve matematičnih problemov, itd.

Uspešnost rešitve nekega problema, pri katerem smo želeli uporabiti UI, je odvisna od tega, kakšne podatke smo uporabili in seveda od zahtevnosti problema. S pomočjo razumevanja matematičnih konceptov in rešitev lahko pravilno uporabimo rezultate, ki jih zagotovi UI. V članku želimo prikazati nekaj najboljših orodij UI za učenje in razumevanje matematike. UI je spremenila način, kako se učenci učijo in razumejo matematiko, zaradi česar je zanje dožemanje matematičnih pojmov in konceptov lažje, privlačnejše in prijetnejše. Predstavili bomo nekaj orodij UI, ki pomagajo izboljšati matematične sposobnosti, ne glede na to, ali imajo učenci težave z osnovnimi koncepti ali želijo svoje sposobnosti nadgraditi. Med boljšimi orodji UI so Photomath, Socratic, Mathway, Wolfram Alpha, Maple Calculator. S pomočjo naštetih orodij imajo učenci dostop do rešitev po korakih in v realnem času.

Predstaviti želimo tudi, zakaj je Chat GPT, trenutno najbolj popularno orodje, slabši pri reševanju matematičnih nalog in podati nekaj napačno rešenih matematičnih problemov oz. prikazati, kako je potrebno nalogo formulirati, da dobimo pravilno rešitev. Potencial za še zmogljivejša in inovativnejša orodja UI v matematičnem izobraževanju je z napredkom tehnologije neomejen. Z nadaljnjim razvojem UI je prihodnost matematične izobrazbe videti obetavna.

## 2. Vsebina

Umetna inteligenca je sposobnost stroja, da izkazuje človeške lastnosti, kot so mišljenje, učenje, načrtovanje, kreativnost in izražanje. Napravam omogoča, da zaznavajo okolje (sprejmejo podatke s senzorji, kamero ipd.) ali uporabijo predhodno pripravljene podatke, zbrane podatke obdelajo in se odzovejo [1].

Evropska unija deli UI na dve področji, in sicer na programsko opremo (to so razni virtualni asistenti, programi za prepoznavo slik, sistemi za prepoznavanje govora ali obrazov) ter na »utelešeno« UI (to so roboti, samovozeči avtomobili, droni ipd) [1].

## 3. Uporaba UI

UI je že danes prisotna v naših vsakdanjih življenjih, čeprav se tega pogosto sploh ne zavedamo. Umetno inteligenco se uporablja za nasvete, prilagojene posamezniku, tako da analizira brskanje po spletu in nakupe. Umetna inteligenca ima velik pomen na področju trgovanja, saj omogoča optimiziranje prodaje izdelkov, načrtovanje zaloga, boljšo logistiko itd., uporablja se praktično na vseh korakih oskrbovalne verige. Iskalniki se učijo iz ogromnih količin podatkov, ki jih vnašajo uporabniki, da jim zagotavljajo relevantne rezultate iskanja [1].

Orodja za prevajanje, ki obdelujejo napisano ali govorjeno, se pri zagotavljanju in izboljševanju prevodov zanašajo na umetno inteligenco. Pri gledanju posnetkov lahko izbiramo med samodejnimi podnaslovi v vedno več jezikih, tudi v slovenščini. Pametni termostati analizirajo naše obnašanje, da prihranijo energijo, načrtovalci pametnih mest pa upajo, da bo umetna inteligenca lahko pomagala urejati promet in s tem izboljšala povezljivost in zmanjšala prometne zastoje. Samovozeča vozila še niso v splošni uporabi, a avtomobili že uporabljajo varnostne funkcije na podlagi umetne inteligence.

Navigacija v veliki meri temelji na UI. V boju proti covid-19 je bila UI uporabljena za termalne slike na letališčih in drugje. V medicini lahko pomaga prepoznavati infekcije iz slik, pridobljenih z računalniško tomografijo in za pridobivanje podatkov o širjenju bolezni [1].

#### 4. Uporaba UI v izobraževanju

V šolah lahko UI uporabljamo na več področjih: spremljanje učnega procesa posameznikov in skupin učencev, napredovanje učencev, izboljšanje učnega procesa, ugotavljanje kritičnih situacij, inteligentni tutorski sistemi, prilagojeni učni programi, virtualne pametne učne vsebine, avtomatizirani klepet, dostop do učenja kadarkoli, od kjerkoli, avtomatizirano ocenjevanje, izobraževalne interaktivne igre, upravljanje urnikov, učenje jezika, kibernetika varnost, fizična varnost, načrtovane lekcije, itd (Veber, 2022).

Obstajajo trije pristopi k uporabi umetne inteligence v razredu, ki so odvisni od učnih ciljev [3]:

1. Učenje z umetno inteligenco je vključevanje tehnologij umetne inteligence v pouk za izboljšanje učenja učencev in izboljšanje poučevanja. Nekaj primerov pri pouku uporabnih aplikacij: brezplačna aplikacija za učenje matematike je PhotoMath, Seek by iNaturalist je aplikacija, ki pomaga prepoznati rastlinske vrste na podlagi fotografij, Verse by Verse, kjer lahko učenci s pomočjo umetne inteligence napišejo pesem in se učijo o ameriških pesnikih, Duolingo za učenje tujih jezikov; orodja, kot sta Socratic in Brainly se lahko uporabljajo pri vseh predmetih.
2. Učenje za umetno inteligenco je pridobivanje novih spretnosti, ki jih potrebujemo oz. jih bomo potrebovali za življenje in delovanje v svetu, ki ga oblikuje umetna inteligenca. Učenci morajo biti opremljeni s sposobnostjo računalniškega razmišljanja in reševanja problemov, pa tudi z veščini programiranja in podatkovne pismenosti.
3. Učenje o umetni inteligenci za učinkovito uporabo umetne inteligence ter gradnjo novih orodij in tehnologij umetne inteligence.

Pri uvedbi tehnologije umetne inteligence obstaja več tveganj in omejitev:

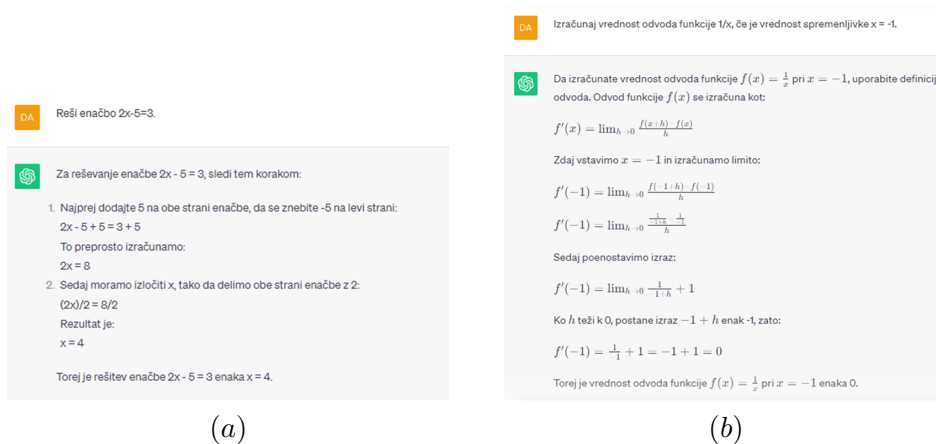
1. Nekateri učitelji bodo uvedbi nasprotovali in jih bo treba ustrezno seznaniti s spremembo.
2. Kot pri mnogih panogah bodo učitelji morda menili, da bi jih tehnologija umetne inteligence lahko na koncu nadomestila in bodo zato zadržani pri uporabi tehnologije pri pouku.
3. Integracija umetne inteligence zahteva podporo več zainteresiranih strani – staršev, učencev, učiteljev, skrbnikov in vodstva.
4. Umetna inteligenca ne bo ustrezna za vse predmete. Na primer, prilagojeno učenje in avtomatizirano ocenjevanje verjetno ne bo delovalo pri praktičnih predmetih z močnim subjektivnim elementom ocenjevanja, kot so drama, umetnost, živilska tehnologija in telesna vzgoja.
5. Ker so šole pod večjim finančnim pritiskom kot kdaj koli prej, je uvedba tehnologije umetne inteligence v velikem obsegu draga in vse šole ne bodo imele preprostega dostopa do takih sredstev.
6. Zasebnost, podatki in kibernetika varnost: Verjetno največje tveganje pri uvajanju umetne inteligence v izobraževanje, saj je za uspeh potrebnih toliko osebnih podatkov. V izobraževalnem okolju je ta izziv še večji zaradi opravka z osebnimi podatki in informacijami mladoletnikov, kar ureja strožja zakonodaja. Trdna strategija kibernetike varnosti in zasebnosti podatkov bo sestavni del uspeha.

Na matematičnem področju lahko s pomočjo UI na primer simbolno in numerično računamo, napovedujemo matematične trende, iščemo optimalne rešitve, prepoznavamo vzorce v velikih količinah podatkov, odkrivamo nove matematične strukture ali vzorce, ustvarjamo rešitve matematičnih problemov, itd.

#### 5. ChatGPT (Chat Generative Pre-trained Transformer)

ChatGPT lahko deluje kot osebni učni pomočnik, ki se prilagaja individualnim potrebam in tempu vsakega učenca ter jim pomaga okrepiti njihovo razumevanje matematičnih pojmov. Vendar lahko izrazimo pomisleke glede točnosti in zanesljivosti ChatGPT-ja, saj lahko nudi napačne ali nepopolne rešitve matematične težave. Drugi pomisleki vključujejo možnost za pretirano zanašanje na tehnologijo in izgubo človeške interakcije v procesu učenja. Kljub temu je splošno razpoloženje do ChatGPT-ja v izobraževanju pozitivno, saj vidimo njegov potencial za izboljšanje učne izkušnje in matematičnih sposobnosti učencev [4].

Natančnost odzivov je ključnega pomena za učinkovito sprejemanje v šolskem delovanju. Odvisna je od več dejavnikov, vključno s kakovostjo in specifičnostjo vnosa (t.i. prompta), ki ga zagotovi uporabnik, kompleksnosti vprašanja ali teme ter obseg in ustreznost njegovih podatkov. Izraza prompt in prompting še nimata uveljavljenega prevoda v slovenščino, lahko bi rekli, da ukažemo ali pozovemo, da se neko delo opravi. Lahko pa pride tudi do pravega pogovarjanja in imamo na koncu že občutek, da se pogovarjamo z dejansko osebo [5]. Pisanje promptov tako postaja nova veščina, saj želimo, da je vnos učinkovit in je posledica ustreznih rešitev. Prav tako je treba za potrditev natančnosti navzkrižno preveriti ustvarjene odgovore z drugimi viri, sploh pri matematičnih problemih, saj je, sploh verzija 3.5, izrazito bolj jezikovno orodje. ChatGPT razvija izjemno sposobnost za izvajanje matematičnih operacij. Z naraščajočo razširjenostjo UI in digitalne tehnologije v izobraževanju je verjetno, da bodo imela ChatGPT in podobna orodja še naprej pomembno vlogo pri oblikovanju poučevanja v prihodnosti.



Slika 1: (a) Pravilno rešena naloga, z natančno opisanim postopkom, (b) Primer napačno rešene naloge.

Učenci ChatGPT najpogosteje uporabljajo za pisanje besedil (eseji, seminarske naloge), za zbiranje idej, za ustvarjanje nalog za vajo in za zbiranje informacij. Za reševanje matematičnih problemov, ga zaradi učenčevega pomanjkanja izkušenj in slabega (pred)znanja matematike, za splošno rabo pri pouku ne bi predlagali.

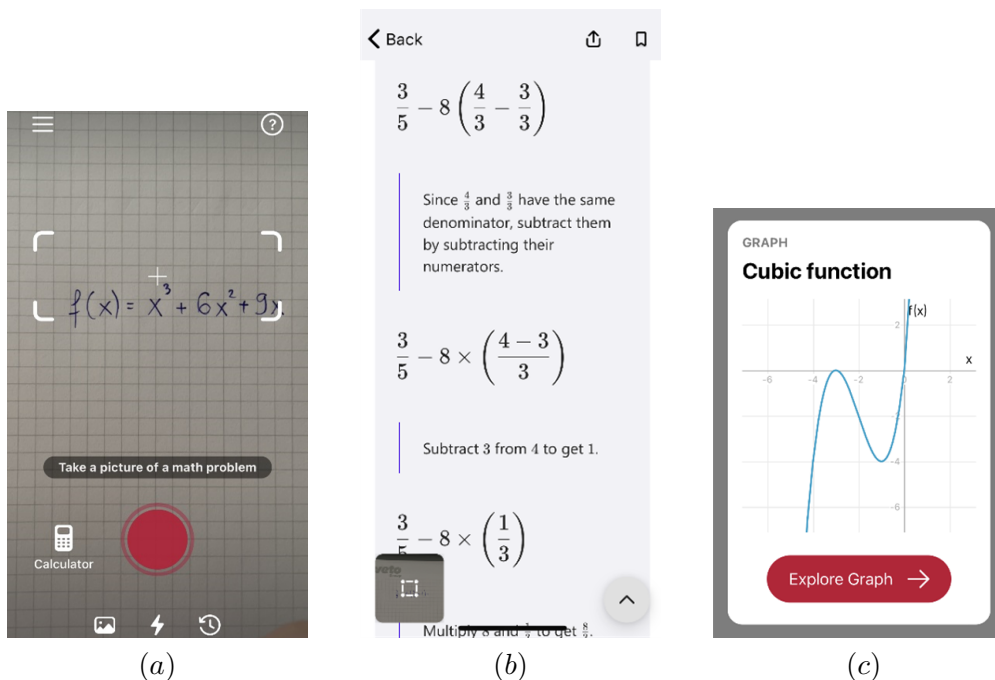
## 6. Orodja za učenje in poučevanje matematike

Tehnologija je spremenila način, kako se učimo in razumemo matematiko. Ena najpomembnejših inovacij na tem področju je razvoj orodij umetne inteligence. Le-ta spreminjajo način, kako doumevajo matematiko, kar jo dela zanje lažjo, bolj privlačno in zabavno. Raziskali smo nekaj orodij za učence matematike, ki pomagajo izboljšati njihove matematične sposobnosti - ne glede na to, ali se borijo z osnovnimi koncepti ali želijo dvigniti svoje veščine na naslednjo raven [2]. Omejili smo se na štiri mobilne aplikacije, ki so zelo enostavne za uporabo, hkrati pa so brezplačne: PhotoMath, Socratic, Maple calculator in MS Math Solver. Vsem aplikacijam je skupno to, da prepoznajo ročno napisane matematične naloge, kar učencem olajša njihovo reševanje na papirju in nato preverjanje njihovega dela. Razlike in podobnosti med aplikacijami:

1. Vse aplikacije dajo rešitev v realnem času.
2. Vse aplikacije prikažejo postopek reševanja po korakih.
3. Socratic je, poleg matematičnega področja, uporaben na več drugih področjih in edini ob prepoznavi zahtevnejšega problema ponudi dve spletni strani (MathPapa in WolframAlpha), ki ponujata rešitev.
4. Nobena aplikacija nima težav s prepoznavo ročno napisanega problema.
5. Samo pri aplikaciji Maple calculator smo zasledili težavo s pridobivanjem postopka reševanja (npr. kako se izračunaj nedoločeni integral).
6. Vse aplikacije so v angleščini.

Pri testiranju aplikacij nismo zasledili nobene napačne rešitve, subjektivno mnenje pa je, da nudi aplikacija PhotoMath najboljši uporabniški vmesnik in najbolj pregledne rešitve.

Orodja umetne inteligence ne morejo in ne smejo nadomestiti učitelja. Lahko so samo odlično orodje, ki osnovne pojme ali njihovo nadgradnjo dodatno razložijo, hitreje ponudijo rešitev, lahko pa tudi spremenijo dojemanje matematike. Učitelj snov razloži v eni šolski uri, utrdijo jo v dveh urah, z mobilnimi aplikacijami pa dobijo učenci neko rešitev kadarkoli, v realnem času in tako samostojno utrjujejo. Postavlja se seveda vprašanje, koliko so učenci sposobni presoditi, ali je nek odgovor, ki ga ChatGP ponudi, verodostojen. Bodo pa imela orodja UI zagotovo pomembno vlogo pri oblikovanju poučevanja v prihodnosti.



Slika 2: (a) Skeniranje ročno napisane naloge z PhotoMath, (b) Rešitev po korakih (MS Math), (c) Graf funkcije (PhotoMath).

### Viri

- [1] Zavod PIP, *Kaj je umetna inteligenca?*, <https://lokalec.si/novice/kaj-je-umetna-inteligenca/> (2021).
- [2] Blackwell, J., *10 Best AI Tools for Math Students (Free and Paid)*, <https://purefuture.net/2023/03/30/10-best-ai-tools-for-math-students-free-and-paid/>, (2023).
- [3] School education gateway, *Kako lahko umetno inteligenco vključimo v izobraževanje?*, <https://www.schooleducationgateway.eu/sl/pub/resources/tutorials/ai-in-education-tutorial.htm>, (2021).
- [4] Wardat, Y. in ostali, *ChatGPT: A revolutionary tool for teaching and learning mathematics*, <https://www.ejmste.com/download/chatgpt-a-revolutionary-tool-for-teaching-and-learning-mathematics-13272.pdf>, (2023).
- [5] Dolenc, S., *Veščina komuniciranja z umetno inteligenco*, <https://www.delo.si/mnenja/kolumne/vescina-komuniciranja-z-umetno-inteligenco/>, (2023).

## Matematični tabor - priprave na maturo

Avtorica: Nataša Jerman<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Gimnazija Poljane

Učitelji se vseskozi trudimo, da bi dijake kar se da najbolje pripravili na maturo, in iščemo različne nove pristope do kvalitetnejšega znanja in s tem povezanih boljših rezultatov. Leta 2010 smo se učitelji matematike na Gimnaziji Poljane odločili, da poskusimo z matematičnim taborom. Ideja o taboru se je porodila ravno na enem izmed občnih zborov DMFA.

Ob tem smo se srečali s kar nekaj izzivi – kdaj imeti tabor glede na zaključno ocenjevanje in kasneje maturo, kakšen način dela bomo imeli, koliko dijakov se ga bo lahko udeležilo, koliko učiteljev matematike je nujnih za tekoče delo na taboru, kako izpeljati tabor, da se dijaki kar najbolje pripravijo na maturo iz matematike, kako in kdaj vključiti športne aktivnosti in ali naj bodo obvezne ali ne.

Časovno smo se odločili, da bo tabor tik pred maturo in po zaključku šolskega dela dijakov, zato smo prvi tabor izvedli sredi maja 2011. Glede lokacije smo se odločili, da mora biti izven šole, stran od urbanega vrveža in lokalov, nekje v naravi. Izbrali smo Bohinj.

Vsi učitelji smo do tabora v vseh četrtil letnikih že ponovili vso snov za maturo, zato smo se na taboru odločili za drugačen način dela. Dijaki so delali v skupinah in imeli na voljo pomoč učitelja.

V Bohinju smo rezervirali ČŠOD Bohinj (na razpis se vsako leto prijavimo že več kot leto pred terminom) – to je dom, ki izvaja šolske in obšolske dejavnosti, cena za polni penzion je ugodna. Dom je tik ob jezeru, v naravi. Glede na takratne kapacitete doma je na tabor prvič lahko šlo 96 dijakov in 6 učiteljev.

V petek, 13. maja 2011, smo se takoj po pouku z dvema avtobusoma odpeljali v Bohinj. Ob 16.10 smo prispeli v Bohinj, dijaki so se razporedili po sobah po vnaprej določenem razporedu in ob 16.30 že bili v učilnicah, kjer so reševali naloge.

Delo je potekalo v štirih skupinah, vsaka je bila v svojem prostoru. Dijaki so bili ves čas v isti skupini, učitelji pa smo se menjavali. Skupine smo določili vnaprej tako, da so bili v dveh skupinah dijaki za višji, v dveh skupinah pa za osnovni nivo mature. Razdeljeni so bili po abecedi, torej so bili skupaj dijaki iz različnih oddelkov in z različnim znanjem.

Ob prihodu na tabor je dijak dobil skripta z nalogami iz starih maturitetnih pol – od 2004 do 2010 (naloge, ki so objavljene na spletni strani RIC-a). Rešitev dijakci niso dobili, so pa pri učitelju imeli na voljo skripto, v katerih so lahko rešitve preverili. Za naloge teh let smo se odločili, saj smo pri pouku delali s knjigo Matematika: zbirka maturitetnih nalog z rešitvami 1995–2003. Zdaj pri pouku delamo z novo knjigo Matematika: zbirka maturitetnih nalog z rešitvami 2012–2019, na taboru pa dijaki rešujejo naloge iz matur iz drugih let – večinoma mature od 2020 naprej.

Naloge so reševali do večerje. Po večerji so imeli na izbiro reševanje nalog ali pa prosti čas (šport na igriščih ČŠOD, sprehod, nekateri tudi učenje).

Drugi dan, v soboto, so reševali naloge od zajtrka do kosila. Po kosilu je sledil obvezen nezahteven sprehod okrog jezera, da so si malce zbistrili možgane. Sprehod sta pripravila dva spremljevalna učitelja, ki sta planinska vodnika. Pot okrog jezera, ki je dolga slabih dvanajst kilometrov, nam je vzela dobri dve uri in pol.

Ob vrnitvi v dom so se dijaki lahko odločili za reševanje nalog, športne igre (nogomet, košarka, odbojka) ali pa so odšli do obale jezera. Izbrali so različne aktivnosti, veliko jih je reševalo naloge.

V nedeljo so reševali naloge od zajtrka do kosila. Zanimivo jih je bilo opazovati, kako radi so reševali naloge in kako so si medsebojno pomagali. Tukaj veselja ob reševanju niso kazali le boljši dijaki, tudi slabši so bili navdušeni, saj so opazili, da znajo dobro in da večino nalog rešijo pravilno.

Po kosilu so nas čakali avtobusi in odpeljali smo se nazaj v Ljubljano, saj je bil v ponedeljek običajen šolski dan.

Po končanem taboru smo izvedli anketo med vsemi dijaki, ki so na taboru bili. Tabor je izpolnil pričakovanja 96% dijakov, 86% jih je menilo, da je termin tabora ustrezen. Na taboru jim je bilo najbolj všeč sproščeno vzdušje in delo po skupinah, najmanj pa hrana. 95% dijakov je bil način dela na taboru všeč. Dijake smo vprašali po opisni oceni učiteljev, ki smo sodelovali na taboru – 40% jih je izbralo odgovor odlični, 25% pripravljene pomagati, 16% sproščeni in prijetni, 17% dobro razlagajo snov, 2% pa nista zapisala odgovora. Tabor je z oceno odlično (5) ocenilo 63% dijakov, 37% z oceno prav dobro (4), nihče pa tabora ni ocenil z ocenami 1, 2 ali 3.

Nekaj zapisanih opisov dijakov na anketi:



- Bilo je zabavno, kar si ne bi mislil za matematični tabor.
- Odličen uvod v intenzivno učenje za maturo.
- Odlična priprava na maturo iz matematike, saj smo se učili izven šolskega okolja, kar pomeni brez pritiskov, v sproščenem vzdušju.
- Super, predlagam, da tabor organizirate tudi prihodnja leta.

Ugotovili smo, da je bil tabor zelo uspešen in od takrat naprej ga z manjšimi popravki izvajamo vsako leto. Popravkov tekom let res skorajda ni bilo – spreminjajo se le skripta, da so ažurirana in vsebujejo tudi naloge zadnje mature, ter da morajo sedaj vsi dijaki iti na pohod v soboto po kosilu.

Učitelji izvajamo tabor v svojem prostem času in brez honorarja, a nas mnenja dijakov o taboru in naši vtisi o njem prepričajo, da delamo prav in da z delom nadaljujemo. Da je tabor dobra ideja, se vidi tudi po tem, da so tudi druge šole začele izvajati podobne taborne. Tabor zagotovo dobro vpliva na rezultate na maturi, dijakom da znanje in samozavest. Naši dijaki opravijo maturo iz matematike zelo uspešno.

21

## Pouk fizike in uporaba škripcov v naravi

**Avtor:** Marko Juretič<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Osnovna šola Lucijana Bratkoviča Bratuša Renče

### 1. Uvod

Kako pomembno se je soočiti z izzivi poučevanja, sodobnimi pristopi in kako učencem karseda enostavno pomagati razvijati kompetence in veščine, ki bodo ključne za njihov razvoj in uspešno delo ter preživetje v 21. stoletju (komunikacija, sodelovanje, kritično mišljenje, ustvarjalnost ipd.)? Aktivna vloga učencev pri pedagoškem procesu lahko vodi v dvig motivacije, izboljšanje razumevanja in pridobivanje novih izkušenj. Zato učitelji uporabljamo različne inovativne učne oblike in metode, s katerimi imajo učenci vlogo aktivnih udeležencev in ne samo pasivnih prejemnikov informacij. Za učitelje je zelo pomembno dobro poznavanje tako uveljavljenih kot tudi inovativnih metod in pristopov poučevanja, saj lahko z ustrezno kombinacijo izboljšajo pedagoški proces. Temu posebno pozornost namenjajo tudi na študijskih programih za izobraževanje bodočih učiteljev naravoslovnih vsebin. Organizacija in izvedba pouka na prostem lahko pozitivno učinkujeta na telesno in duševno zdravje učencev, pripomoreta k dvigu motivacije in posledično izboljšata učne dosežke. Pri določenih vsebinah lahko izkoristimo danosti narave in tako učencem na praktičen način prikažemo delovanje fizikalnih pojmov in zakonov v naravi. Na ta način učenci preko čutil ozavestijo vedenje in znanje kar povzroči kvalitetnejše in trajnejše pomnjenje.

### 2. Pouk na prostem

Najširša opredelitev pouka na prostem je, da je to organizirano učenje, ki poteka zunaj šolskih stavb. Pouk na prostem se sklicuje na filozofijo, teorijo in prakso izkustvenega učenja in okoljske vzgoje. Pouk na prostem je lahko zabaven, zdrav, poceni, v skladu s trajnostnim razvojem in z velikimi uspehi pri osebnem in socialnem razvoju ter doseganju še drugih ciljev. Obstaja veliko različnih možnosti za izvajanje pouka na prostem, tako z vidika časa kot lokacije. Glede na dejstvo, da danes slovenski učenci veliko časa preživijo v zaprtih prostorih, bi bilo priporočljivo, da bi po šolah načrtno in sistematično organizirali različne oblike pouka na prostem.

Na šolskem igrišču ali dvorišču so vsakodnevno večinoma le mlajši učenci v času odmora, po kosilu, v času tako imenovanega podaljšanega bivanja oziroma po novem tako imenovanega razširjenega programa. Doma učenci večinoma svoj prosti čas najraje preživijo ob telefonskih zaslonih, televizijskih ekranih in računalnikih. V šolah so ure pouka zunaj učilnice zelo redke, izjema so kulturni, športni, tehniški in naravoslovni dnevi ter šole v naravi. Vse to pa je omejeno v skladu z nacionalnim šolskim koledarjem na nekaj dni v letu.

Če se ozremo na organizacijo pouka v nekaterih drugih državah, potem je zagotovo ena največjih razlik, da so tam v dopoldanskem času učenci bistveno več zunaj. Na Finskem, na primer, so učenci zunaj med vsakim odmorom ne glede na vreme. Tam se psihično in fizično sprostijo, da lahko potem bolj zbrano sodelujejo pri naslednji učni uri. Podobno lahko vidimo tudi v mnogih drugih državah. Na Islandiji, na primer, kjer so vremenske razmere za pouk zunaj zagotovo od vseh evropskih držav najmanj primerne, ima večina osnovnih šol v šolskem programu pouk na prostem kot del vzgoje in izobraževanja za trajnostni razvoj. Tako sistematično enkrat na teden učenci 120 minut preživijo v okolici šole. Vsi, ki se ukvarjajo z vzgojo in izobraževanjem, vedo, da aktivnosti na prostem pomembno prispevajo k zdravemu razvoju osebnosti. Strokovnjaki poročajo, da ima danes vedno več otrok duševne težave in so pretežki. Morda je ozaveščanje tega še toliko bolj pomembno prav v času, ko sta računalnik in mobilni telefon za učence najbolj privlačni stvari na svetu. Da bi učencem omogočili kakovosten pouk, je nujno treba organizirati tudi pouk na prostem.

Tudi sodobne nevrološke raziskave kažejo, da otroci nujno potrebujejo spontano igro in gibanja po neravni površini, več socialnih odnosov. Samo tako se njihovi možgani pravilno razvijajo, bolj so organizirani, učljivi in dalj časa zbrani. Zaradi koordinacije in ravnotežja, ki ga razvijajo med gibanjem, usklajeno delujeta obe možganski polovici.

### 3. Zakaj pouk na prostem

Pouk na prostem omogoča učenje, igranje, ustvarjanje itd. na svežem zraku. V Veliki Britaniji so že leta 2006 na Ministrstvu za izobraževanje izdali manifest o učenju zunaj učilnice, s katerim sistemsko spodbujajo različne oblike pouka na prostem. Menijo, da mora vsaka mlada oseba izkusiti svet zunaj učilnice kot bistven del učenja in osebnega razvoja ne glede na leta, sposobnosti in okoliščine. S tem, da mladi uporabijo svoje znanje v številnih izzivih, učenje zunaj učilnice gradi mostove med teorijo in realnostjo, šolami in lokalnimi skupnostmi, mladimi in njihovo prihodnostjo. Kakovostne učne izkušnje v resničnih situacijah omogočajo izboljšanje dosežkov pri mnogih predmetih in razvijanje boljših osebnih in socialnih spretnosti. Za pouk na prostem obstaja veliko različnih razlogov. Med drugim:

- omogoča učencem realno, pozitivno izkušnjo,
- izboljša fizično in mentalno zdravje učencev,
- poveča motivacijo, navdušenje, samozavest; manj je težav z motnjami pozornosti,
- izboljša vedenje učencev v razredu (timsko delo, povezanost skupine itd.),
- poveča ročne spretnosti, koordinacijo, ravnotežje; manj je poškodb,
- izboljša učne dosežke,
- omogoča socialni razvoj (sodelovanje, zaupanje itd.),
- spodbuja individualne učne metode,
- poveča skrb in odgovornost za okolje (vzgoja in izobraževanje za trajnostni razvoj),
- omogoča medpredmetno povezovanje.

Prav s tem namenom se je pouk fizike namensko preselili v naravo. Pogoj in povod za to je bil v skladu z letnim delovnim načrtom Osnovne šole Lucijana Bratkoviča Bratuša Renče načrtovan v šolskem letu 2022/2023 dan dejavnosti in izvedba pouka v naravi. Izvajal se je na prizorišču Tabora preživetja (Vinišče, Renče) v strnjem časovnem bloku med 8.30 in 11.30 v obliki samostojne fizikalne delavnice, v katero je bilo vključenih do 12 učencev. Različne delavnice so pripravili vsi strokovni delavci za vse učence od 4. do 9. razreda. Temeljile so na izkustvenem učenju, doživljajski, gozdni in cirkuški pedagogiki, kjer učenci čim bolj uporabijo okolje, v katerem se nahajajo, ga začutijo, doživijo in se ob tem učijo drug od drugega ter od narave. Izhodišča delavnic so utemeljena s cilji iz učnih načrtov. Na delavnici so učenci v heterogeni skupini preko dela, nalog in igre usvajali šolske vsebine fizike po metodi naravnega učenja. Naravno učenje je izkustveno učenje in vodi v otrokov trajnostni razvoj. Otroci potrebujejo svobodo, časovno in prostorsko. Potrebujejo stik s predmeti, z okoljem, s pravim življenjem, z ljudmi vseh starosti. Otroci hočejo razumeti, zakaj se nekaj zgodi in kako. O tem ne želijo le poslušati, ampak morajo to izkusiti. Naravno učenje ni načrtovano niti strukturirano, je del vsakdanjega življenja in se zgodi samo od sebe. Je najbolj učinkovito učenje, ker hkrati aktivira vse čute in zajame tudi čustva.

#### 4. Glavne ovire za izvajanje pouka na prostem

Ovire in pomisleke za izvajanje pouka na prostem bi lahko naštevati v nedogled. Veliko je lahko razlogov, ki botrujejo k temu, da se določena aktivnost, pa četudi je dokazano zelo dobra in ima pozitivne učinke, ne izvede. Ne glede na vse, bi glavne ovire za izvajanje pouka na prostem lahko strnili v tri točke:

1. organizacijski problemi (marsikateremu učitelju je odveč dodatni napor, potreben za izvedbo dela na prostem),
2. vsebinski problemi (nekateri učitelji menijo, da ne vedo dovolj o naravi, da bi z učenci lahko delali na prostem) in
3. disciplinski problemi (zunaj štirih sten razreda je skupino težje nadzirati, saj je na prostem več svobode).

Učitelji pogosto opozarjajo na neurejeno okolico šole, da nimajo zunanje učilnice, slabe vremenske razmere, pomanjkanje časa, ki ga povezujejo z obsežnimi učnimi načrti, več priprave na pouk zunaj učilnice in šole, ne le vsebinske, tudi organizacijske, in to, da je potrebna večja pozornost glede varnosti. Ob slabem vremenu učitelji učence in starše opozorijo na primerno obleko in obutev ter kljub morda neidealnemu vremenu izvedejo pouk zunaj šole – razen če so hudi nalivi, megla in podobno – pomanjkanje časa za izvajanje pouka zunaj šole pa lahko učitelji rešijo z medpredmetnim povezovanjem. Problematična sta morda le varnost in spremstvo, ki ga morajo imeti učitelji za pouk, če se ta oddaljuje od prostora šole. Kljub vsemu pa je razumeti tudi učitelje, ki se včasih neradi odločajo za pouk na prostem. Je zahtevnejši od dela v razredu, poleg tega so ovire, ki jih učitelji večkrat navajajo, precej resne – predvsem v sodobnih razmerah, ko ima že skoraj vsakdo pravico soditi vzgojno-izobraževalno delo. Poleg tega domača in tuja literatura med ovirami, na katere opozarjajo učitelji, navaja normative za spremljanje skupin, varnostne vidike oziroma odgovornost učitelja, financiranje ekskurzij, usklajevanje urnikov, motivacijo učencev in dijakov za pouk na prostem. Dokazano se je vsem omenjenim problemom mogoče v veliki meri izogniti s primerno izbranimi dejavnostmi, požrtvovalnostjo in zagnanostjo učiteljev ter motivacijo in primerno obravnavo učencev.

#### 5. Zakon pouka na prostem ne prepoveduje

Ministrstvo za vzgojo in izobraževanje in zakon o osnovni šoli ne določata, da se organizirano vzgojno-izobraževalno delo izvaja le v prostorih šole oziroma, da se ne sme izvajati tudi zunaj prostorov šole. Obvezni del programa, ki ne poteka v prostorih šole in ga zakon o osnovni šoli izrecno določa, je recimo šola v naravi – za tiste, ki se je ne udeležijo, pa šola v tem času organizira druge, primerljive dejavnosti. Izvajanje pouka zunaj šolskih prostorov omogoča tudi Predmetnik osnovne šole, kjer so v okviru obveznega programa zapisani dnevi dejavnosti (kulturni, naravoslovni, tehniški in športni), ki zajemajo 15 obveznih dni dejavnosti na leto v vsakem razredu, poleg njih pa tudi šola v naravi. V razlagi Koncepta dni dejavnosti je zapisano, naj se vsem učencem vsaj enkrat v osnovnošolskem izobraževanju omogoči obisk večjih kulturnih središč in drugih institucij, kot so botanični in zoološki vrt, arboretum in observatorij. Organizacija in izvedba pouka na prostem je mogoča na ravni posamezne šole (celega kolektiva), v aktivih (skupina učiteljev) ali na ravni posameznega učitelja in je ne regulira pristojno ministrstvo. Ministrstvo spodbuja razvoj in



raznolikost pedagoških strategij, ki so v neposredni povezavi z izkustvenimi metodami učenja, saj naj bi te pri učencih spodbujale sodelovalni vidik in neposredno izkušnjo. Kljub vsemu pa naletimo na kopico težav, ki bi jih bilo potrebno skladno z obstoječimi zakoni razrahljati in šolam pomagati, da se tovrstne aktivnosti lahko izvedejo z manj birokratskih zapletov in težav. Zagotovo je tu v največji meri težava dela ob vikendih in vrednotenje dela po presegu normativa ur, kjer imajo ravnatelji, če se do potankosti držijo zakonov, zvezane roke.

## 6. Sodelovanje z lokalnimi društvi

Za izvedbo delavnice z vravnimi tehnikami in škripci je bil k dejavnosti povabljen Javni zavod za gasilsko in reševalno dejavnost - Gasilska enota Nova Gorica, ki je poklicna gasilska enota VI. kategorije. Z veseljem so se odzvali vabilu in poslali dva poklicna gasilca. Gasilci se z deli oziroma reševanjem na višini, strmini in globini srečujejo večinoma v urbanem okolju, na gradbiščih in v industriji, oziroma povsod tam, kjer druge reševalne službe (gorska reševalna služba, jamarska reševalna služba) niso prisotne ali bi bil njihov odzivni čas predolg. V zadnjih letih se je v gasilstvo uvedlo precej sodobnih postopkov vravnega reševanja, s tem pa tudi sodobna, izpopolnjena orodja nadomeščajo nekatera dosedanja, ki ne nudijo primerljive stopnje varnosti oziroma zaščite pred zdrsi in padci (npr. uporaba sodobnih vravnih zavor – desenderjev namesto osmic in vponk). V sklopu delavnice so učenci skupaj z gasilci v praksi preizkusili uporabo škripca, škripčevja in pripravili svoj lasten zipline, ki je učence še dodatno motiviral in pritegnil v sodelovanje.



Slika 1: Učenci preizkušajo različne tehnike in uporabo škripcev za dvigovanje bremena.

## 7. Aktivnosti učencev

Učenci imajo zaradi namensko organiziranih heterogenih skupin različno predhodno znanje. V drugi in tretji triadi, od 4. do 8. razreda, so bolj ali manj znanje o škripcih pridobili izkustveno v domačem okolju, teoretično znanje o silah in naravnih zakonitostih pa so morebiti spoznali pri drugih naravoslovnih predmetih. V skladu z učnim načrtom so le učenci 9. razreda tisti, ki so predhodno pri pouku fizike v skladu z učnim načrtom pridobivali znanje za delo z orodji. Predpostavljamo torej, da vedo, da predmete ali naprave, s katerimi si olajšamo delo, imenujemo orodja ter da preprosta orodja ne zmanjšajo dela rok, temveč samo spremenijo, način, silo oziroma pot. Vedo, da je škripec orodje, s katerim lahko zmanjšamo silo, potrebno za dviganje bremena, ali pa preusmerimo smer sile. Sestavlja ga kolo z utorom za vrv, pletenico oziroma jeklenico. Napravo z več škripci imenujemo škripčevje. Kljub temu, da je z uporabo škripca potrebna manjša sila za dviganje bremena, pri dvigovanju bremena do iste višine opravimo enako delo, saj deluje sila na ustrezno daljši poti. Učenci so spoznali razliko med:

- pritrjeni škripec - kolo z utorom pritrđimo višje, kot je višina, do katere želimo breme dvigniti;
- gibljivi škripec - vrv pritrđimo višje, kot je višina, do katere želimo breme dvigniti;
- škripčevje - sestavljeno je iz gibljivega in pritrjenega škripca.

Učenci so preizkusili vse tri možnosti. Najprej so opravili poskuse s pritrjenim škripcem, ki ima nepremično os in ga uporabljamo le za spreminjanje smeri. Sila, s katero dvigujemo breme, je enaka teži bremena. Breme se dvigne za toliko, kot povlečemo, prestavimo vrv. Učenci so s praktičnimi primeri dvigovanja bremena ugotovili, da se vseh bremen ne da enostavno dvigniti in da je potrebno vleči vsaj s silo, ki je enaka teži bremena. Gibljivi škripec ima prosto os, z njim zmanjšamo silo, potrebno za dvigovanje bremena. Sila, potrebna za dvigovanje bremena, je enaka polovici teže bremena, vendar se zato opravi dvakrat daljšo pot (več vrvi). Torej, če breme dvignemo za 1 meter visoko, potrebujemo zato 2 metra vrvi. Učenci so s praktičnim poskusom ugotovili, da s svojo težo lahko dvignejo skoraj dvakrat težji predmet. Škripčevje, ki je sestavljeno iz pritrjenih in gibljivih škripcev so poskusili uporabiti kod zadnje, kar vidimo na sliki 1. Sila, potrebna za dvigovanje bremena, je lahko dosti manjša od teže bremena, odvisno od škripčevja. Vsak pritrjeni škripec usmerja silo, vsak premični pa prepolovi silo.

## 8. Zaključek

Glede na znana dejstva o pozitivnih učinkih pouka na prostem na psihični in fizični razvoj učencev bi si gotovo želeli, da bi vse slovenske osnovne šole ozavestile možnost uporabe okolice šole za izvajanje pouka zunaj. Ovir za to ne bi smelo biti, saj tudi učni načrti spodbujajo izkustveno učenje, ki ga je najbolj smiselno izpeljati v realnem svetu. V okviru rednega pouka naj bo pouk na prostem organiziran načrtno in sistematično. To je mogoče narediti na sistemski ravni (celoten kolektiv in vodstvo šole), v aktivih (skupina učiteljev) ali individualno (posamezni učitelj). Želimo si, da bi učenci radi hodili v šolo in prav pogoste in različne oblike pouka na prostem so ena od priložnosti, da ta cilj dosežemo.

## Viri

[1] Skribe – Dimec, D., Mršnik, S., Novak, L. Posodobitve pouka v osnovnošolski praksi, Spoznavanje okolja, Naravoslovje in tehnika, Pouk na prostem, Pedagoška fakulteta, Univerza v Ljubljani, (2014),79-83, [http://pefprints.pef.uni-lj.si/2577/1/Skribe\\_Pouk\\_na\\_prostem.pdf](http://pefprints.pef.uni-lj.si/2577/1/Skribe_Pouk_na_prostem.pdf)

17

# S programiranjem v matematiko in z matematiko v programiranju

Avtor: Matija Lokar<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Univerza v Ljubljani, Fakulteta za matematiko in fiziko

**Povzetek** V prispevku želimo pokazati, kako lahko med učenjem matematike spoznavamo določene programske koncepte in hkrati učencem ali dijakom predstavljamo določene matematične pojme. To ni le medpredmetno sodelovanje; dejavnosti ne ločujejo, temveč vsebujejo znanje iz obeh področij. V prispevku pokažemo nekaj tovrstnih primerov. Z uporabo naključnih števil, ki jih lahko ustvarimo z računalnikom, povežemo matematične koncepte, kot so statistična definicija verjetnosti, razdalja med točkami in ploščina, s programerskimi koncepti, kot so na primer zanke in modularnost pri razvoju programa. Kot uspešen primer povezovanja matematike in programiranja na kratko predstavimo projekt ScratchMaths, kjer so zbrana številna gradiva, ki prepletajo pouk matematike in računalništva v drugi triadi osnovne šole. Nekaj besed namenimo tudi spletni učilnici, kjer zbiramo gradiva in ideje za podporo učenju matematike in programiranja.

## 1. O računalniškem mišljenju, programiranju, algoritmih, matematiki ...

V sodobni družbi, kjer digitalna tehnologija igra vedno bolj vlogo, postaja računalniško mišljenje ena od najpomembnejših spretnosti. Ideje o pomembnosti takega načina razmišljanja, kot ga vsebuje računalniško mišljenje, srečamo že v sedemdesetih letih (glej npr. Papert 1970). A ugotovitve, da

moramo sposobnost računalniškega mišljenja dodati k trem osnovnim sposobnostim, torej branju, pisanju in računanju, ki jih mora razviti vsak otrok, so bile vedno bolj izražene in utemeljene po članku Jannette Wing v reviji Communications of ACM (Wing 2006), ki je napisala "To reading, writing, and arithmetic, we should add computational thinking to every child's analytical ability".

Definicij, kaj računalniško mišljenje je, obstaja več. Vse pa vključujejo štiri osnove značilnosti. Ta so dekompozicija, prepoznavanje vzorcev, abstrakcija in algoritmi. O tem lahko več preberemo v številnih prispevkih, na primer v preglednem članku (Grover, Pea, 2013) ali pa v (Kranjc et al, 2017). Že iz teh osnovnih značilnosti je razvidno, da imata matematično in računalniško mišljenje številne skupne točke. Oba sta metodologiji reševanja problemov, saj vključujeta prepoznavanje vzorcev v strukturi problema, uporabo postopkov, kot so dekompozicija (razčlenitev problemov na manjše korake), oblikovanje algoritmov (oblikovanje splošnih načel na podlagi številnih primerov) in modeliranje (pretvorba predmetov ali pojavov iz realnega sveta v matematične enačbe in/ali računske odnose).

Kot lahko preberemo npr. v (Buitrago et al, 2017), je zelo učinkovit način za razvijanje računalniškega mišljenja prav učenje programiranja. Če povežemo izkazano prepletanje računalniškega in matematičnega mišljenja in dejstvo, da računalniško mišljenje lahko učinkovito razvijamo s pomočjo učenja programiranja je naravno, da poskusimo povezati poučevanje matematike in programiranja. Z ustreznimi didaktičnimi prijemi in ustreznim izborom primerov lahko sočasno dosežemo tako spoznavanje matematičnih konceptov kot tudi osvajanje osnovnih konceptov programiranja. Pri tem povezovanju moramo biti previdni, da ne gre zgolj za uporabo drugega predmeta kot vira zgledov, brez spoznavanja konceptov.

## 2. Primeri iz prakse

V tem razdelku si oglejmo nekaj konkretnih primerov, kako lahko na smiseln način povežemo poučevanje matematičnih in računalniških konceptov.

Ko učence in dijake seznanjamo s pojmom statistične verjetnosti (eTorba 2023), pogosto za ilustracijo uporabimo met kocke in računanje verjetnosti, da bo ob metu padlo 5 pik. Vendar pa, kolikokrat v razredu dejansko izvedemo poskus? Morda nekaj desetkrat, najbolj zagnani morda vržejo kocko 100-krat. Vendar pa rezultat praviloma ne bo primerljiv s teoretično verjetnostjo, torej z 1/6, kaj šele, da bi za podkrepitev vse skupaj izvedli še enkrat, dvakrat, trikrat... Zakaj ne bi izkoristili prednosti računalnika, ki lahko zelo hitro in brez utrujenosti izvede enostavno operacijo? Simulacija meta kocke je že taka preprosta operacija. Zato napišimo program, ki bo kar 6.000.000-krat simuliral met kocke in štel, kolikokrat je padlo 5 pik. Pri pisanju programa bomo uporabili več osnovnih računalniških konceptov. Med drugim bomo uporabili modularnost, za generiranje naključnih števil bomo uporabili kar ustrezno funkcijo iz Pythonovih knjižnic. Hkrati bo to precej bolj zanimiv zgled za uporabo zank, kot je "klasična", v številnih gradivih še vedno prisotna, naloga tipa S pomočjo zanke izpiši sode števila med a in b.

```
import random # uporabili bomo knjižnico za delo z nakl. števili
# štejmo mete s 5 pikami
met5 = 0
stevilo_ponovitev = 6000000
for _ in range(stevilo_ponovitev): # ponovimo ustrezno krat
    # izvedemo met
    met = random.randint(1, 6)
    # smo vrgli 5 pik?
    if met == 5:
        met5 = met5 + 1
print(f'V {stevilo_ponovitev} smo 5 vrgli {met5}. krat')
print(f'Statiistična verjetnost je torej {met5/stevilo_ponovitev}')
```

Primer lahko nadgradimo tako po računalniški, kot tudi matematični plati. Naštejmo le dve ideji:

- Denimo, da hkrati vržemo dve kocki. Določimo statistično verjetnost, da bomo skupaj vrgli točno 7 pik.
- "Pokvarimo" kocko tako, da bomo sodo število pik vrgli dvakrat pogosteje kot liho število pik. Kakšne so sedaj ustrezne verjetnosti?

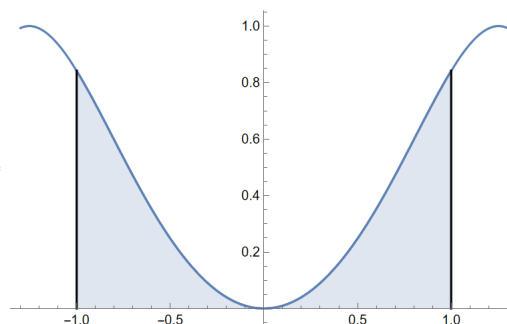
S pomočjo (psevd)naključnih števil, ki nam jih lahko ustvari računalnik, lahko rešimo še več matematičnih problemov. Ostanimo pri pojmu statistične verjetnosti in jo uporabimo za določanje približka za število  $\pi$ . Naključno izbiramo točke v kvadratu  $1 \times 1$  in štejemo, koliko teh točk je za manj kot 1 oddaljenih od levega spodnjega oglišča kvadrata. Te so torej znotraj kroga s središčem v  $(0, 0)$  in polmerom 1. Ker je verjetnost, da je točka v krogu točno  $\pi/4$ , lahko, če izberemo veliko točk, lahko tako pridemo do približka za število  $\pi$  kot s 4 pomnoženega deleža točk, ki so padle v krog. Sama koda bo presenetljivo (ali pa tudi ne) podobna prejšnji

```
import random # uporabili bomo knjižnico za delo z nakl. števili
# štejmo točke v krogu
v_krogu = 0
stevilo_ponovitev = 6000000
for _ in range(stevilo_ponovitev): # ponovimo ustresnokrat
    # izberemo točko
    x = random.random()
    y = random.random()
    # smo znotraj kroga?
    if x*x + y*y <= 1: # vzamemo kar kvadrat razdalje
        v_krogu = v_krogu + 1
približek_Pi = 4 * v_krogu/stevilo_ponovitev
print(f'V {stevilo_ponovitev} smo krog zadeli {v_krogu}. krat')
print(f'Približek za PI je torej {približek_Pi}')
```

Poglavitno pri dejavnosti je, da prepleta kar nekaj matematičnih in računalniških tem. Tako s področja matematike lahko govorimo o statističnem določanju verjetnosti, o razdalji med dvema točkama, o ploščini kroga ... S področja računalništva obravnavamo uporabo funkcije iz modul, psevdonaključna števila, zanko s štetjem ... Uro torej lahko izvedemo v sklopu pouka matematike ali pa v sklopu ure računalništva. Podobno kot prejšnjem primeru, navedimo še tukaj nekaj izpeljank nalog:

- Vzemimo kvadrat s stranico 3. Levo spodnje oglišče naj ostane v  $(0, 0)$ . Radij kroga je seveda tudi 3.
- Kvadrat ostane tam, kjer je, krog pa včrtajmo kvadratu.
- Točke izbirajmo znotraj kvadrata s stranico 2 in središčem v  $(0, 0)$ .

S temi izpeljankami lahko preverimo, če so učenci res razumeli tako matematični kot računalniški del konceptov. Še tretji zgled za uporabo statistično določene verjetnosti pa je naslednji. Denimo, da nas zanima ploščina med absciso in grafom funkcije  $\sin(x^2)$  na intervalu  $[-1, 1]$ .



Slika 1: Graf funkcije  $\sin(x^2)$  in ploščina pod grafom nad  $[-1, 1]$ .

Zagotovo se z analitično rešitvijo ne bomo ukvarjali, radi pa bi dobili približek rezultata 0,620537. Ideja je podobna kot prej. Točke bomo izbirali v pravokotniku  $[-1, 1] \times [0, \sin(1)]$  in šteli, koliko jih pade pod graf funkcije. Iz formule

$$\frac{plo_{sivo}}{plo_{prav}} = \frac{točke_{pod}}{točke_{vse}}$$

dobimo

$$plo_{sivo} = \frac{to\check{c}ke_{pod}}{to\check{c}ke_{vse}} * 2 * \sin 1$$

Z manjšimi spremembami prejšnjega programa pridemo do kode

```
import random # uporabili bomo knjižnico za delo z nakl. števili
import math # za matematične funkcije
# štejmo točke pod grafom
pod_grafom = 0
# potrebovali bomo sin(1)
ms1 = math.sin(1)
stevilo_ponovitev = 6000000
for _ in range(stevilo_ponovitev): # ponovimo ustresnokrat
    # izberemo točko
    x = random.uniform(-1, 1)
    y = random.uniform(0, ms1)
    # smo pod grafom
    if y <= math.sin(x*x):
        pod_grafom = pod_grafom + 1
plo = pod_grafom/stevilo_ponovitev * 2 * ms1
print(f'Približek za ploščino je {plo}')
```

Tu se odpirajo številne možnosti tako za utrjevanje osvojenega znanja in za dodatno spoznavanje tako z matematičnimi kot računalniškimi koncepti:

- Vzemimo »enostavnejšo« funkcijo, npr.  $\sin(x)$  na intervalu  $[0, \pi]$ . Tu bodo dijaki lahko primerjali rezultat z analitično rešitvijo.
- Spremenimo interval denimo na  $[-1.5, 1]$ . Kako moramo "popraviti" pravokotnik, kjer izbiramo točke?
- Računajmo ploščino med grafoma dveh funkcij, ki se večkrat sekata.
- Zanima nas ploščina osnovnega vala funkcije  $\sin(x)$ , kjer pa manjka del, ki ga odreže krog s podanim središčem in radijem
- ...

Zelo lep primer povezovanja poučevanja matematike in programiranja je projekt ScratchMaths. Za predstavitev ideje vzemimo kar opis, ki so ga avtorji projekta, ki je potekal pod okriljem ene vodilnih angleških univerz, UCL iz Londona, napisali na začetni strani projekta. "Matematika je težka tudi zaradi jezika, v katerem se izraža. Ali lahko najdemo drugačen jezik - in niz idej ter pristopov -, ki bo bolj odprt, bolj dostopen in bolj učljiv. In ali ga lahko najdemo, ne da bi pri tem žrtvovali tisto, zaradi česar matematika deluje? Naš okvirni odgovor je "da" - jezik programiranja bi lahko bil - če ga pravilno oblikujemo - prav tak jezik."

Projekt ScratchMATH povezuje pouk matematike in računalništva v drugi triadi osnovne šole. Kljub temu bodo tudi profesorji, ki poučujejo matematiko v srednjih šolah, lahko v gradivih projekta našli številne dobre ideje, primere in zgledi. Navedene povezave z matematiko pomagajo vključiti vsebino v urnik in predlagajo medpredmetne povezave z drugimi predmeti.

S pomočjo programiranja so v projektnih gradivih uporabljene alternativne predstavitve matematičnih idej, kar zagotavlja drugačen pristop za učence, ki morda težje dostopajo do matematičnih konceptov na tradicionalne načine. Celoten projekt je zasnovan za izvajanje v dveh letih, s tremi moduli dejavnosti na leto. Prvi trije moduli so bolj usmerjeni v osvajanje osnovnih računalniških konceptov, medtem ko se zadnji trije moduli večinoma posvečajo matematičnim konceptom. V vseh dejavnostih pa še vedno prepletajo tako poučevanje matematike kot programiranja.

Gradivo je pripravljeno izjemno celovito, vključuje učne liste, plakate, navodila za učitelje, podporno video gradivo, predpripravljene datoteke s kodo, prosojnice za vsako lekcijo, dodatne izzive, slovar izrazov in ponuja časovni okvir za izvajanje dejavnosti.

Poglejmo si nosilne teme vseh šest modulov. Tema prvega modula so ponavljajoči se vzorci. Učenci se seznanijo z osnovami programiranja v Scratchu, kjer modul predstavi ključne računalniške koncepte, kot so zaporedje ukazov, ponavljanje, algoritmi, iskanje napak v programu. Hkrati jih preko gradnje ponavljajočih se vzorcev poveže z matematičnimi koncepti simetrije, kotov in negativnih števil.

Modul 2, Hroščeva geometrija, se osredotoča na ustvarjanje različnih risb s pomočjo želje grafike. Uporabi rimske številke in pravilne poligone kot primere, učence pa vpelje v izraze in naključnost ter utrdi prejšnje koncepte.

V modulu 3 se učenci seznanijo s programiranjem z uporabo več likov. V tem kontekstu so vpeljani računalniški koncepti, kot so pogojni stavki, izmenjava sporočil, sočasno izvajanje, vse pa je povezano z matematičnimi pojmi, kot so koordinate, množenje in uporaba faktorjev.

Modul 4 se osredotoča na mestni zapis števil. V modulu 5 učenci raziskujejo različne vrste matematičnih razmerij, vključno s sorazmernostjo in razmerjem, ter uvajajo pojem spremenljivke. Modul 6, Koordinate in geometrija, raziskuje koordinate v vseh štirih kvadrantih in od učencev zahteva, da uporabijo svoje znanje o spremenljivkah. Pri spoznavanju matematičnih pojmov, kot so koordinate, zrcaljenje, translacije, se učenci hkrati seznanjajo z računalniškimi pojmi, kot so funkcija, skupka ukazov, dekompozicija problema in pojmi dogodkov ter kontrolnih struktur.

### 3. Spletne učilnice

S povezovanjem poučevanja matematike in programiranja se ukvarjamo tudi v sklopu seminarjev stalnega strokovnega izpopolnjevanja, učiteljev v osnovni in srednji šoli, ki jih izvajamo na Fakulteti za matematiko in fiziko. V sklopu teh seminarjev sta nastali (in še nastajata) dve spletni učilnici. V obeh je na voljo kar nekaj gradiv, ki na različen način povezujejo poučevanje obeh področij. Posebej so zanimiva gradiva, ki so jih pripravili udeleženci – učitelji – sami v obliki učnih listov. Naj naštejemo le nekaj naslovov, iz katerih je razvidna raznolikost tem: Delitelji, Pitagorov izrek in Evklidov algoritem, Iskanje ničel kvadratne funkcije, Značilne točke parabole, Podaljšajmo obalo, Zaporedja, Vietovo pravilo, Fibonacci, Ali je praštevilo, Število Pi, Polinomi ...

Prvo najdemo na naslovu <https://lokar.fmf.uni-lj.si/moodle/> (tečaja S programiranjem v matematiko OŠ 2022 in S programiranjem v matematiko SŠ 2022), drugo pa <https://lokar.fmf.uni-lj.si/spluc/> (tečaja S programiranjem v matematiko OŠ 2023 in S programiranjem v matematiko SŠ 2023). Uporabljeni programski jeziki so različni, od jezikov za programiranje z delčki, kot je Scratch, do »klasičnih« programskih jezikov, na primer Python. Večina gradiv je pripravljenih tako, da jih lahko preprosto prilagodimo za uporabo v drugih jezikih.

### 4. Zaključek

Povezovanje poučevanja matematike in programiranja predstavlja priložnost, ki omogoča učencem in dijakom kvalitetnejše razumevanje matematike ter osvajanje osnovnih konceptov programiranja. Številna gradiva, ki so jih pripravili učitelji z namenom obogatitve svoje učne prakse, jasno kažejo, da je tak pristop primeren za vsak razred in ga lahko uporabi vsak učitelj. Le odločiti se mora!

### Viri

- [1] Buitrago Flórez, F., Casallas, R., Hernández, M., Reyes, A., Restrepo, S., & Danies, G. (2017). Changing a Generation's Way of Thinking: Teaching Computational Thinking Through Programming. *Review of Educational Research*, 87(4), 834-860. <https://doi.org/10.3102/0034654317710096>
- [2] eTorba: MATEMATIKA 9: i-Učbenik za matematiko v 9. razredu osnovne šole, <https://etorba.sio.si/etorba/sl/books/30/read/page-62.xhtml#m145857>, dostop 31. 1. 2024
- [3] Grover, S., & Pea, R. (2013). Computational Thinking in K-12: A Review of the State of the Field. *Educational Researcher*, 42(1), 38-43. <https://doi.org/10.3102/0013189X12463051>
- [4] Krajnc, R., Košir, K., Čotar Konrad, S. (2017). Računalniško mišljenje - kaj je to in zakaj bi ga sploh potrebovali?. *Vzgoja in izobraževanje*, letnik 48, številka 4, str. 9-19
- [5] Lodi, M., Martini, S. Computational Thinking, Between Papert and Wing. *Sci & Educ* 30, 883-908 (2021). <https://doi.org/10.1007/s11191-021-00202-5>
- [6] Papert, S. (1970). *Teaching children thinking (AI Memo No.247 and Logo Memo No. 2)*. Cambridge, MA: MIT Artificial Intelligence Laboratory
- [7] Wing, J.M. (2006) Computational Thinking. *Communications of the ACM*, 49, 33-35. <https://doi.org/10.1145/1118178.1118215>

## Glava, telo in srce

**Avtor:** Tinka Majaron<sup>1</sup>

<sup>1</sup> OŠ Vodmat, Ljubljana

Za celostni razvoj je potrebno poskrbeti za glavo (razvoj možganov), telo (zadostno količino gibanja) in srce (umetniško ustvarjanje in še marsikaj). Z radovednim proučevanjem že obstoječe literature in poosebljanjem dobrih praks vsekakor lahko najdemo ali izumimo vaje, ki razvijajo vse naštetu in so uporabne tudi pri matematiki. V tem prispevku bo predstavljenih nekaj konkretnih primerov, kako v pouk matematike vplesti gibanje in umetnost - predstavljena bo moja osebna pot do matematike, ki postane tudi vzgojni predmet.

### 1. Uvod

Matematika pomaga pri razvoju abstraktnega razmišljanja, kar je izredno pomembno pri otrocih, saj se jim možgani še intenzivno razvijajo [5]. Osebnostno menim, da bi brez matematike otroci zelo težko razvili abstraktno razmišljanje, torej matematika že sama po sebi poskrbi za glavo - razvoj mišljenja. Poleg tega sem pri svojem delu opazila, da razvija ali krepi izredno pomembne vrline - vztrajnost, potrpežljivost, natančnost, marljivost, zmožnost samostojnega razmišljanja, strpnost (do drugačnih, npr. manj ali bolj sposobnih od nas) in še kaj. Osebnostno zelo cenim vse naštetu vrline, vsaka od njih se mi zdi v teh negotovih časih kot luč, ki kaže pot do boljše družbe.

Učitelj (matematike) bi moral biti v prvi vrsti navduševalec. Meni je nepopisno lepo opazovati, kako matematika idealizira svet okrog nas in ga naredi univerzalnega, enakega za vse. Z matematiko lahko opišemo vse okoli nas in še kaj, kar se dogaja v nas. Zelo dobro so raziskane in predstavljene teoretične povezave med matematiko in drugimi področji, na primer glasbo, likovno umetnostjo, športom, naravo, fiziko in še čem (o teh povezavah se na spletu najde ogromno primerov, a to ni osnovni namen tega prispevka). Pri poučevanju v srednji šoli sem take povezave uporabljala kot uvodno uro v novo poglavje, da so dijaki vedeli, zakaj je določeno poglavje pomembno oziroma kje se uporablja v vsakdanjem življenju (in sem se tako izognila tako znanemu vprašanju, kje bom pa to rabil v življenju). V osnovni šoli postavljamo osnove matematike, učenci morajo šele spoznati osnovne matematične pojme, zato te teoretične povezave zelo hitro presegajo njihove zmožnosti. Tako sem bila prisiljena iskati drugačne možnosti za vpeljavo umetnosti in gibanja v svoj pouk. Nastala je ideja, ki sem jo poimenovala "pet minut za neznanu": na začetku vsake ure 5 minut namenim koščkom matematike, ki niso v učnem načrtu, in vzgoji za življenje. Izvajamo zelo različne dejavnosti, nekaj jih bom predstavila v nadaljevanju.

Po [4] bi moral osnovni namen izobraževanja biti: pripraviti mlade ljudi na življenje po šoli, jim pomagati, da oblikujejo umske, čustvene, družbene in strateške vire za sprejemanje izzivov, pomagati jim odkriti stvari, v katerih blestijo in krepijo njihovo voljo, da temu sledijo. Kako lahko pomagamo pri uresničevanju te vizije? V predmetnikih je seveda več predmetov, nikjer učenci nimajo le matematike, zato bi bilo najlažje ostale vrline prepustiti drugim predmetom. Toda nekaterih predmetov je absolutno premalo (še posebej vseh umetnostnih), matematiki pa je običajno namenjenih največ ur na teden (poleg slovenščine). To ne pomeni, da je matematike preveč, pomeni, da imamo matematiki še posebej pomembno vlogo pri razvoju otrok (in tega bi se morali zavedati vsi). Ken Robinson [4] meni, da bi za zdrav razvoj moral uravnovešen učni načrt namenjati enak status (in število ur) umetnosti, družboslovju, jezikoslovju, matematiki, športu in naravoslovju. Slovenski predmetniki so daleč od tega ideala, v 9. razredu osnovne šole so, na primer, ure razporejene takole: umetnost 2 uri, družboslovje 4 ure, jezikoslovje 7,5 ure, matematika 4 ure, šport 2 uri ter naravoslovje 6 ur. Najbolj podhranjeni sta torej umetnost (srce) in šport (telo), zato bi bilo tudi s tega gledišča dobro, da ju vključimo v svoj pouk.

### 2. Teoretična izhodišča

Za začetek nekaj besed o možganih [5]. Za različne naloge imajo različne dele. Leva stran pomaga premišljevaty logično in organizirati misli v stavke, desna stran pomaga doživljati čustva in brati nebesedne znake. Tako imenovani plazilski možgani omogočajo nagonsko delovanje, ki je potrebno za preživetje, možgani sesalcev pa nas usmerjajo v povezovanje in odnose. En del možganov se ukvarja s spominom, drugi sprejema moralne in etične odločitve. Za rast in razvoj je ključno, da

vsem tem delom pomagamo delovati usklajeno. Ob tem se moramo zavedati, da so plazilski možgani dobro razviti že ob rojstvu, ostali možgani (še posebej prefrontalna skorja) pa zorijo vse do dvajsetega leta starosti.

Zakaj ob tem potrebujemo gibanje? Milan Hosta [1] pravi, da naše telo ni narejeno za dolgotrajno sedenje. V krvi imamo igrivost in gibanje, zato bi to morala biti osnova za naše delovanje (v službi, doma in v prostem času, v šolstvu pa z zgledom, ki je vedno najbolj poučno sredstvo).

O pomenu in dobrobiti poučevanja z gibanjem piše tudi Jani Prgič [3]. Delovanje malih možganov (in s tem hitrejšo rast in učinkovitejše delovanje prefrontalne skorje) spodbujamo z gibalnimi vajami, pri katerih prečimo os trupa. Naj naštejemo nekaj razlogov za vključitev gibanja v poučevanje [3]:

- Z gibanjem lahko sprožimo implicitno učenje, to je učenje na nezavedni ravni, ki možganom olajša pomnjenje.
- Gibanje povečuje zbranost, motivacijo in pozornost, spodbuja medsebojno povezovanje živčnih celic v možganih ter spodbuja nastanek novih živčnih celic.
- Z gibanjem zadovoljimo vsem petim osnovnim potrebam po Williamu Glasserju: preživetje, pripadnost, moč, svoboda, zabava (in s tem izboljšamo počutje učencev in zmanjšamo stres).
- Pri gibanju sodelujejo čutila.
- Gibanje izboljšuje prekrvavljenost telesa, možgani so posledično bolj preskrbljeni s kisikom, kar izboljša epizodni spomin in učenje.

Patricia Wolfe s svojimi ugotovitvami potrjuje blagodejnost gibanja in umetnosti [3]:

- Živčne celice, ki se medsebojno prožijo, se tudi medsebojno povezujejo.
- Možgani so toliko zdravi, kolikor je zdravo telo pod njimi.
- Možgani so ustvarjeni za rime, ritem, gibanje in čustva. Z globinskim učenjem oz. logičnim ponavljanjem sidramo učenje, kadar gibe kombiniramo z rimami ali frazami, ki gredo hitro v uho.

Ken Robinson [4] je zelo uspešno poučeval z gledališčem. "V umetnosti gre za vidike človeških izkustev. Skozi glasbo, ples, vizualne umetnosti, gledališče in preostale oblike umetnosti oblikujemo svoje občutke in misli o sebi in o tem, kako doživljamo svet okoli sebe. Učenje v in o umetnosti je bistveno za intelektualni razvoj." (Robinson, Aronica, 2015, str. 136). Ob koncu teoretičnega dela dodajam še navodila, po katerih se je pri svojem delu ravnala Sonja Peternel [2]:

1. Oceni vzdušje v razredu (svoje počutje in počutje otrok).
2. Uglasi skupino (skupen ritem, skupno dihanje).
3. Vzbudi radovednost (nova snov, nova naloga, nova igra...).
4. Vodi učenje z uporabo čutil, saj so naš vir podatkov o svetu. Pri tem gremo po vrsti: vid, sluh, tip/gibanje, voh, okus.
5. Vodi učenje z uporabo predstav in gibanja.
6. Upoštevaj desno in levo hemisfero (npr. pri matematiki vključi umetnost).
7. Ves čas ure opazuj govorico telesa otrok, svojo govorico telesa in ritem ure (in po potrebi ustrezno ukrepaj).
8. Ves čas ure se vživljaj v otroke in vase.

Delovanje zgornjih navodil potrjuje tudi Playness TM pedagogika [1] s svojimi štirimi temelji: aktivnost, radovednost, igrivost in zdravje.

Imam občutek, da bi živeli v mnogo lepši družbi, če bi se vsi učitelji vsakodnevno ravnali po teh navodilih. Najtežje je spremeniti utečene navade, a v svetlejšo prihodnost se splača vložiti nekaj truda. Začnimo pri sebi, začnimo se igrati in raziskovati, kaj prinesejo nove navade v našo učilnico. Dobre ohranimo, iz slabih se učimo.



### 3. Primeri dobre prakse

Zapisane primere sem izvedla v osnovni šoli pri predmetnem pouku matematike (od 6. do 9. razreda). V 6. in 7. razredu imamo običajno polne razrede - od 24 do 27 učencev, v 8. in 9. razredu pa pouk izvajamo v manjših skupinah (okrog 14 učencev). Primere bi se dalo uporabiti tudi v drugih razredih.

#### a) Ploskamo v ritmu

Na začetku ure brez besed začnemo ploskati nek ritem (kot ga čutimo v danem trenutku). Čakamo, da se nam kakšen učenec pridruži in ga pohvalimo z nasmehom, da bodo tudi ostali videli, da pričakujemo, da se nam bodo pridružili. Ko začnemo ploskati skupaj, nakažemo še, naj vstanejo (če sedijo). Nato ob določenih udarcih namesto ploska udarimo z nogo v tla, enkrat z levo, drugič z desno, ali/in tlesknemo s prsti ali/in se potoklamo po stegnih, lahko s prekrizanimi rokami - leva roka na desno stegno in obratno, ali/in... (spet po trenutnem navdihu). Vsak gib nekajkrat ponovimo, nato si izmislimo novega. Zaključimo z vedno tišjim ploskanjem, nato v tišini sedemo. Ta preprosta vaja zelo poveže skupino, begajoče misli pripelje v ta trenutek in spodbudi koncentracijo.

#### b) Pisanje s telesom

Učenci stoje po navodilih pišejo s telesom. Pri tem uporabimo različne dele telesa - z levo/desno roko po zraku, z levim/desnim komolcem po zraku, z desno/levo nogo po tleh, z desnim/levim kolenom po zraku, z glavo po zraku. Pišejo lahko rezultat računa, ki ga poveste, kvadrat določenega števila, kub določenega števila, Pitagorov izrek... (kar pač trenutno obravnavate). V tej vaji na zelo preprost način uporabimo teoretična dognanja.

#### c) Ponavljanje snovi med hojo po učilnici

Med počasno hojo po učilnici učenci odgovarjajo na vprašanja o trenutni snovi - gre za učinkovitejše ponavljanje snovi. Učence lahko razdelite v pare in se med seboj pogovorijo o tem, kaj so izvedeli novega v tej uri in kaj jim je bilo najbolj zanimivo. Tudi v tej vaji na zelo preprost način razbijemo rutino in uporabimo teoretično znanje o dobrobiti gibanja pri učenju.

#### č) Utrjevanje znanja z nalogami po učilnici

Pripravimo naloge za utrjevanje znanja, zapišemo jih v večji pisavi, jih natisnemo in razrežemo (ena naloga na en listek). Naloge nato polepimo po učilnici na čim bolj različna mesta (kakšen listek tudi malo skrijemo). Učence razdelimo v pare ali trojke, vsak v paru/trojki mora imeti zapisano in rešeno celotno nalogo. Učenci nalogo rešijo, kjer jo najdejo - lahko stoje, sede na tleh, leže ali v kakšni drugi pozi, le na stolu ne smejo sedeti (da se prekine rutina in se poravna hrbtenica). Lahko vpeljemo tudi malo tekmovalnosti: na začetku povemo, koliko nalog je razvrščenih po učilnici (na primer 9 besedilnih nalog), nato določimo, kdo zmaga (na primer tisti par/trojka, ki prvi pravilno reši 5 besedilnih nalog). Za nagrado imam običajno na zalogi kakšen lep svinčnik ali radirko. Tudi v tej vaji na zelo preprost način razbijemo rutino in uporabimo teoretično znanje o dobrobiti gibanja pri učenju.

#### d) Najmanjši skupni večkratnik

Začnemo z usklajenim korakanjem, ob katerem štejemo. Nato vsi skupaj med korakanjem zaploskamo, ko je izrečeno število večkratnik nekega števila, na primer 6. Nato vsi skupaj zaploskamo, ko je izrečeno število večkratnik drugega števila, na primer 4. Nazadnje se razdelimo v dve skupini, ena ploska pri večkratnikih števila 6, druga pri večkratnikih števila 4. Tako vsi skupaj slišimo, kateri je prvi (najmanjši) skupni večkratnik in kateri so vsi skupni večkratniki teh dveh števil.

Na podoben način si lahko izmislimo tudi vaje za boljše razumevanje ali utrjevanje drugih osnovnih pojmov. Na primer iskanje deliteljev nekega števila: povemo neko število, učenci najprej v tišini razmislijo, katere delitelje ima to število, nato jih glasno naštejemo od najmanjšega do največjega in ob tem vsakič križno z eno nogo udarimo ob tla - enkrat levo od mirujoče noge, drugič desno. Pri naslednjem številu nogi zamenjamo. Tako utrdimo znanje o deliteljih in hkrati fizično ugotovimo, kako posebno je število 1 in kako posebna so praštevila.

#### e) Pantomima

Na listke zapišemo matematične pojme iz trenutnega poglavja. Učenec izvleče listek in s telesom prikaže zapisan pojem. (Možna različica: Namesto prikaza s telesom bi lahko pojem narisal na tablo.) Ostali učenci ugibajo pojem. Kdor prvi ugane, je naslednji na vrsti za prikaz. Pri tej vaji moramo

najprej premisliti, ali je poglavje primerno za tako vajo - nekatere pojme je zelo težko pokazati s telesom. Morda na tak način v osnovni šoli še najlažje utrjujemo geometrijske pojme, v srednji šoli pa tudi osnovne funkcije (ko moramo ponoviti vse osnovne funkcije, da znajo povezati ime, prepis in graf neke funkcije). To je učinkovit in zabaven način za ponavljanje in utrjevanje snovi ob koncu poglavja.

#### f) Risanje

- V koordinatnem sistemu lahko povežejo točke, ki so pripravljene tako, da nastane neka slika, nato še zapišejo koordinate vseh točk.
- Po navodilih ustvarijo sliko ali lik v koordinatnem sistemu, nato lahko izračunajo obseg in ploščino ali kaj podobnega (odvisno od naloge oz. nastale slike).
- Iz likov, ki jih trenutno obravnavamo, ustvarijo ilustracijo in jo pobarvajo, nato like poimenujejo ter določijo njihove obsege in ploščine.
- S šestilom ustvarijo čim bolj simetrično sliko (mandalo) in jo pobarvajo tako, da ohranijo simetrije.
- Narišejo domišljjsko zrcalno sliko (glede na premico ali glede na točko). Rezultate računov za utrjevanje znanja zapišemo ob točke, nato jih po vrsti povežejo v sliko.

#### g) Prepevanje

Skupno prepevanje nas poveže in sprosti. Lahko pojemo kar tako - nam najljubšo pesem na začetku šolske ure ali vmes za sprostitev. Lahko neki znani melodiji priredimo besedilo za ponovitev snovi (na primer pred božičem pesmi Jingle bells priredimo besedilo za ponovitev trenutne snovi). Pri tem bomo zanesljivo ustvarjalni, otrokom pa bomo olajšali učenje. S prepevanjem lahko včasih tudi prikažemo določen pojem. Na primer s prepevanjem v kanonu lahko prikažemo vzporedni premik.

#### h) Glasba

Z glasbo na splošno lahko ponazorimo veliko matematičnih pojmov. Če, na primer, vsaki številki priredimo določen ton, lahko zaigramo števila. Potem se zelo dobro sliši razlika med racionalnim in iracionalnim številom (moj posnetek te ponazoritve je na voljo na kanalu YouTube). S povlečno kljunasto flavto (ima zvezno višino tona) lahko prikažemo različne osnovne funkcije. Ob tem se ponovno naredi povezava med definicijo funkcije in njenim grafom, poleg tega pa lahko slišimo nekaj njenih osnovnih lastnosti (naraščanje/padanje, omejenost). V osnovni šoli s tako flavto lahko vpeljemo graf funkcije (v koordinatni sistem vrisajo, kar slišijo), definicijsko območje, zalogo vrednosti, naraščanje in padanje funkcije (vse povsem intuitivno, strogo definiramo le graf). Glasbene primere bomo verjetno lažje vpeljali, če tudi sami igramo kakšno glasbilo. Če ne, bodo pa učenci veseli in ponosni, če nam bodo lahko priskočili na pomoč.

#### i) Ples

Tudi ples nas poveže in sprosti. Lahko plešemo kar tako - na nam najljubšo pesem na začetku šolske ure ali vmes za sprostitev. Lahko pa neki znani melodiji priredimo besedilo za ponovitev snovi (Prgič v [3] predlaga ples makarena). Otroci imajo zelo radi tudi t. i. body percussion (kanal YouTube ponuja kopico možnosti), to je ples po navodilih - v ritmu moramo zaposkati, zatopotati, tleskniti in podobno (vsi hkrati). To razred poveže (moramo biti usklajeni), hkrati pa krepi koncentracijo (potrebne je veliko zbranosti, da v pravem trenutku izvedemo pravi gib).

#### j) Čuječnost

Vaje iz čuječnosti nam pomagajo živeti v tem trenutku (namesto da neprestano razmišljamo o preteklih dogodkih ali o dogodkih, ki so še pred nami) in odpirajo srce (v smislu sočutja). Pred izvajanjem vaj v razredu bi moral učitelj čuječnost ponotranjiti do mere, ko postane način življenja. Z mirom in ljubeznijo, ki ju potem lahko siplje, spontano ožarja vse v svoji okolici.

### 4. Zaključek

Predstavljene vaje ob skrbnem premisleku, kdaj in kje se izvedejo, nudijo podporo učenčevim možganom, da so pri pouku matematike zbrani, motivirani in aktivirani. Ne poznam raziskav, ki bi proučile učinke poučevanja matematike na tak način. Zaenkrat niti ne poznam nikogar drugega, ki bi v javnem šolskem sistemu tako poučeval. Zelo bi me zanimal znanstveno izmerjen učinek, a zaenkrat

lahko poročam le o osebnih občutkih. Z učenci sem vzpostavila pristen osebni odnos, zaradi katerega je pouk postal večinoma prijeten in sproščujoč, učenci so praviloma visoko motivirani za delo, hkrati pa v takem odnosu mnogo lažje (kot prej) raziščem in odpravim tudi morebitna nesoglasja.

Pogosto slišim, da so največja nočna mora učiteljev starši. Pred uvedbo zapisanih novosti sem imela tudi jaz večinoma neprijetne govorilne ure, na katerih sem se večkrat morala zagovarjati, zakaj kakšen otrok ne dosega minimalnih standardov. Na zadnjih govorilnih urah se mi je prvič zgodilo, da se je 60 % vseh staršev oglasilo le zato, da so me pohvalili in se mi zahvalili za moje delo (ostalih 40 % je bilo prav tako prijetnih pogovorov, a razlog za obisk je bil v osnovi slabši uspeh pri ocenjevanju in iskanje možnosti za izboljšanje). Mislim, da je to dovolj zgovoren dokaz, da se spleča biti radoveden (in včasih tudi malo pogumen). Pri iskanju svojega gibalno-umetniškega podpisa pri pouku matematike sem še dokaj na začetku poti. Prepričana sem, da se bo z leti nabor primerov dobre prakse precej razširil. Srčno si želim, da bo ta droben prispevek spodbudil udeležence k razmisleku o pouku matematike in nastanku novih pristopov.

#### Viri

- [1] Hosta, M. (2018). Playness pedagogika. Notranje Gorice: Playness, izobraževanje in razvoj.
- [2] Peternel, S. (2005). Prvih pet minut. Nova Gorica: Melior, Založba Educa.
- [3] Prgič, J. (2018). Kinestetični razred: učenje skozi gibanje. Griže: Svetovalno-izobraževalni center MI.
- [4] Robinson, K., Aronica, L. (2015). Kreativne šole: množična revolucija, ki preoblikuje izobraževanje. Nova Gorica: Eno.
- [5] Siegel, D. J., Payne Bryson, T. (2014). Celostni razvoj otroških možganov. Domžale: Družinski in terapevtski center Pogled.
- [6] Snel, E. (2019). Sedeti pri miru kot žaba. Vaje čuječnosti za otroke (in njihove starše). Celje: Zavod Gaia Planet.
- [7] Wax, R. (2017). Čuječnost. Kako se znebiti stresa ter poskrbeti za dobro počutje telesa in duha. Tržič: Učila international.
- [8] Williams, M., Penman, D. (2015). Čuječnost. Kako najti mir v ponorelem svetu. Tržič: Učila international.

## Predstavitev plakatov (pedagoška sekcija) / 56

### Predstavitev naravoslovnega dne z merjenjem v bližini šole

**Avtorica:** Petra Mirt<sup>1</sup>

<sup>1</sup> OŠ Podčetrtek

V neposredni bližini naše šole (OŠ Podčetrtek) se nahaja soteska z imenom Svinjski graben. Vsako leto osmošolci obišejo to območje in tam raziskujejo ter predvsem merijo. Naravoslovni dan se prične z uvodno uro v učilnici, kjer učenci ugotovijo, da bodo brez računal ter daljših metrov izmerili dolžine, hitrost, višine, razdalje in celo težni pospešek. V tem obdobju gravitacijskega pospeška na Zemlji sicer ne poznajo, vendar je učencem v izziv čimbolj se približati približku ali pa najboljši vrednosti glede na ostale skupine, drug oddelek ali celo glede na oddelek (generacijo) iz prejšnjih let. V tej šolski uri torej izvejo, da bodo kot pripomoček na terenu uporabili le štoparico (zaradi prepovedi mobilnih naprav v naši šoli smo kupili preproste štoparice) ter geotrikotnik. Do druge šolske ure izmerijo svoj povprečen korak, ter si ga napišejo na svoj učni list. Razdelimo tudi funkcije po skupinah in nato se akcija prične.

Pri prvi točki učenci s pomočjo vezave vrvic iz bršljana na tleh s koraki izmerijo približno višino mostu nad potočkom. S tega mostu spuščajo kamne, ki jih naberejo med potjo, ter s štoparico merijo čas padanja. Pri drugi točki učenci grejo do svojega dela potočne struge, kjer merijo čas gibanja drevesnega listka na približni dolžini treh metrov. Vse razdalje si morajo učenci sami označiti s pomočjo palčk in s pomočjo svojih korakov. Za tretjo točko si učenci na istem delu struge izberejo mesto, kjer izmerijo povprečni prečni preseki struge, da lahko izračunajo potočni profil in pri četrti točki vodni pretok. Pri peti točki izberem vejo drevesa, kjer učenci s pomočjo storžev ali manjših paličic ter s štoparico izmerijo čas gibanja storžev (paličic) od veje do tal. Pri šesti točki izberem

KOLIČINA	TEŽNI POSPEŠEK $g \left[ \frac{m}{s^2} \right]$	POVPREČNA HITROST VODNEGA TOKA $\bar{v} \left[ \frac{m}{s} \right]$	VODNI PRETOK $\emptyset \left[ \frac{m^3}{s} \right]$	VIŠINA VEJE DREVEŠA $h_v [m]$	VIŠINA DREVEŠA $h [m]$
POVPREČJE 2023	9,88	0,258	0,007	3,915	17,4
POVPREČJE 2022	7,7	0,3	0,009	3,4	18,9

LETO MERJENJA	ABSOLUTNA NAPAKA	RELATIVNA NAPAKA
2023	0,07	0,7 %
2022	2,11	21,4 %

drevo, kjer učenci s koraki izmerijo približno oddaljenost opazovalca od drevesa. Hkrati določijo tudi višino palice ter opazovalca, saj s pomočjo pravih trikotnikov in razmerij v učilnici izračunajo višino opazovanega drevesa.



Zaključek naravoslovnega dne se odvija zopet v učilnici po opravljenih vseh nalogah na terenu in hkrati gibanju, saj naredimo lep krog tudi mimo gradu Podčetrtek. V peti šolski uri učenci z računalni določajo povprečne vrednosti merjenih časov ter dolžin kjer je to potrebno. Uporabijo zapisane enačbe, da izračunajo zahtevane količine. Pri tem njihove rezultate vpisujem na tablo, da na koncu tudi izračunamo povprečne vrednosti vseh skupin skupaj oziroma celega oddelka in nato primerjamo rezultate, določamo absolutne napake, včasih pa tudi relativne. Učenci so pri tem motivirani, preko gibanja in aktivnega merjenja dosežemo cilje naravoslovnega dne in se še kaj novega naučimo.

33

## Verjetnost brez mere

**Avtor:** Martin Raič<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Univerza v Ljubljani, Fakulteta za matematiko in fiziko

Teorija mere je temeljni kamen sodobne teorije verjetnosti, z bolonjsko reformo pa se je morala prva umakniti s seznama predmetov, ki jih študenti absolvirajo, preden poslušajo verjetnost. Kako torej verjetnost spredavati na matematično korekten način, ne da bi študenti poznali teorijo mere? Težave nastopijo, brž ko izstopimo iz varnega diskretnega sveta. Kaj je sploh slučajna spremenljivka? Kaj je njena porazdelitev? Kaj je gostota porazdelitve? Kako definirati pričakovano vrednost, da bodo njene osnovne lastnosti intuitivno jasne in ne le zajec iz klobuka?

Odgovor na to ni enoznačen ter je zelo odvisen od matematične orientiranosti in predznanja študentov. Rešitve, ki se pojavijo na prvo žogo, niso nujno matematično korektne in tega se mora zavedati vsaj predavatelj, če ne že študenti. Predavanje bo predstavilo nekaj možnih rešitev, med drugim tudi Daniellov integral, ki ima vso moč Lebesgueovega integrala, obenem pa je intuitivno zelo nazoren in ne zahteva teorije mere. Uporabimo ga lahko tako pri definiciji gostote kot tudi pričakovane vrednosti.

50

## Polinomi in pomoč sodobne IKT tehnologije

Avtor: Miha Simončič<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Srednja tehniška in poklicna šola Trbovlje

V današnjem času nam je sodobna tehnologija pri poučevanju v veliko pomoč. Predvsem pri pouku matematike in nalog iz polinomov. Dijaki se z njimi srečajo v tretjem letniku srednje šole. Potrebni so številni izračuni (ničle, začetna vrednost, obnašanje grafa daleč od koordinatnega izhodišča,...). Nato je potrebno polinom še grafično narisati v pravokotni koordinatni sistem. Pred pojavom sodobne IKT tehnologije so bile to kar precejšnje težave. Danes pa dijakom pomagajo številni matematični programi, kot so Geogebra online, Desmos graphing, Photomath, Cabri geometrie. Uporaba teh programov je dokaj enostavna. Dijak vpiše predpis polinoma in program sam izriše graf. Poleg tega, lahko dijak še preveri izračune za ničle, začetno vrednost, obnašanje grafa daleč od koordinatnega izhodišča. Takšna uporaba sodobne IKT tehnologije se lahko uporabi med poukom samim ali pa kot pomoč pri reševanju domačih nalog. Pri pouku se takrat dijakom izrecno dovoli uporaba mobilnih telefonov in ob nadzoru učitelja uporabljajo matematične aplikacije, kot pomoč pri reševanju nalog iz polinomov. Tako dijaki tudi ne potrebujejo rešitev nalog, saj jim sami matematični programi narišejo in izračunajo postopke in rešitve nalog. Tudi med samo učiteljevo razlago, je sodobna tehnologija v veliko pomoč. Učitelj nariše graf polinoma na tablo in nato preveri njegovo natančnost s pomočjo sodobnih matematičnih aplikacij. Učitelj lahko preveri tudi natančnost izračunov in samo natančnost narisane grafa. Menim, da moramo sodobno IKT tehnologijo uporabiti nam v prid. Danes ne moremo več brez nje in jo najdemo na vsakem koraku. Če pa jo pravilno uporabimo, predvsem pri poučevanju, lahko naredimo matematiko dijakom še bolj zanimivo in privlačno.

39

## Bibliometrična analiza znanstvenih člankov s področja igrifikacije pri pouku matematike

Avtor: Aleš Toman<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Univerza v Ljubljani, Ekonomska fakulteta

Tradicionalni pristopi poučevanja ne ustrezajo več učnim preferencam mladih, ki želijo aktivno sodelovati in soustvarjati svojo učno izkušnjo. Uporaba igrifikacije in učenja na podlagi iger lahko poleg povišane motivacije za učenje omogoča tudi pridobivanje dodatnih veščin. V prispevku s pomočjo bibliometričnih metod pripravimo pregled znanstvenih člankov s področja igrifikacije in učenja na podlagi iger pri matematiki. Za pridobivanje podatkov uporabimo bazo Web of Science. Najprej identificiramo najpomembnejše avtorje in vire, nato z analizo soavtorstev, sosklicovanja in bibliografskim parčenjem razkrijemo še družbeno in vsebinsko strukturo področja.

### 1. Uvod

S sistematičnim pregledovanjem znanstvene literature se srečamo pri pripravi seminarskih nalog in zaključnih del na vseh ravneh izobraževanja. Z njim postavimo teoretični okvir svojega dela ali pa

naša nova spoznanja umestimo v obstoječi sistem znanja. Pregled literature je lahko tudi samostojno delo, kadar želimo povezati in sistemizirati obstoječe znanje in odkriti vrzeli, ki jih lahko zapolnijo prihodnje raziskave.

Tradicionalni pristop k pregledu literature temelji na prebiranju, povzemanju in interpretiranju »manjšega« števila objavljenih del. Ker je delo zamudno, se pogosto omejimo na največkrat citirana dela ali pa na dela, ki jih najdemo med viri v nekaj izbranih člankih. Zaradi izbire lahko opravljeno delo vsebuje elemente subjektivnosti, saj nam vsebina neprebranih del ostane neznanja [3].

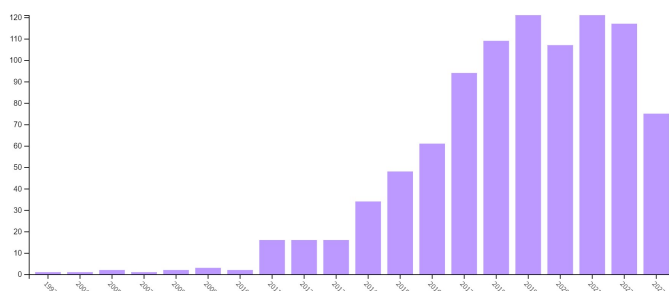
Danes rešitev ponujajo kvantitativne bibliometrične metode, ki temeljijo na računalniški analizi obsežne bibliografske baze podatkov. Bibliometrični pristop je objektivni, transparenten, vključujoč in ponovljiv, če le raziskovalec opiše vse korake svoje analize. A bibliometrične metode zgolj odkrivajo vzorce v podatkih, ne podajo pa interpretacije. Slednja je še vedno naloga avtorja, le da so tokrat njegove ugotovitve podprte s kvantitativnimi dokazi [5].

## 2. Bibliografska baza podatkov in računalniška orodja za njihovo analizo

Bibliografska baza podatkov je urejena (spletna) zbirka bibliografskih zapisov o objavljenih delih. Za analizo, ki je opisana v nadaljevanju, mora vsak zapis vsebovati vsaj naslednje lastnosti posameznega dela: naslov, avtorje in njihove institucije, ime in številko publikacije, v kateri je delo objavljeno, čas objave, opis vsebine, npr. z navedbo ključnih besed ali celotnega povzetka, ter seznam virov. Sezname virov ustvarijo povezave med deli v bazi podatkov, med avtorji del, pa tudi med njihovimi institucijami ali publikacijami, v katerih so dela objavljena. Povezava je smiselna, saj je delo vsebinsko povezano z deli, na katere se sklicuje. Samo na osnovi seznama virov pa ni mogoče določiti, ali novo delo prepozna pomembnost navedenega vira, ali pa ga kritizira in zavrača.

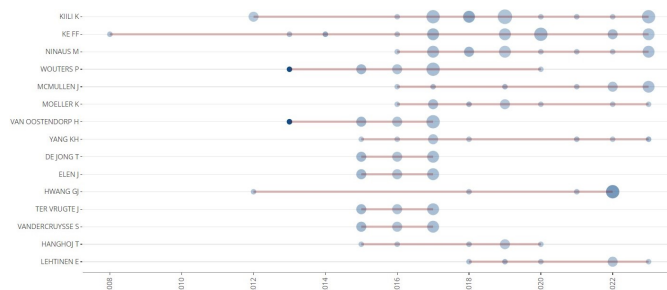
**2.1. Vir podatkov.** Podatke za preučevanje znanstvene literature s področja igrifikacije in učenja na podlagi iger pri pouku matematike smo pridobili iz bibliografske baze podatkov Web of Science [2]. S pomočjo iskalnika smo zbrali zapise o vseh objavljenih delih v angleškem jeziku, ki so v naslovu, povzetku ali med ključnimi besedami vsebovali podniz »math« in vsaj enega od podnizov »game based« ali »gamif«. Omejitev na angleški jezik ni bila huda, saj je bilo del v drugih jezikih izredno malo; Web of Science namreč ne pokriva večine strokovnih revij, ki objavljajo dela v nacionalnih jezikih. Ravni izobraževanja nismo predpisali, saj jo je z le nekaj nizi težko univerzalno določiti, niti se nismo želeli omejiti na le eno raven. Poizvedba je bila opravljena 12. 9. 2023 in je vrnila 947 različnih del in nekaj njihovih opisnih statistik. Za podrobnejše preiskave smo si bibliografske zapise izvozili in jih analizirali s paketom Bibliometrix [1] v programskem jeziku R in s program VOSviewer [4].

**2.2. Opisne statistike izbranih del.** Izbranih 947 del je bilo objavljenih v obdobju 1993-2023, pri pripravi je sodelovalo 2727 različnih avtorjev, skupaj se sklicujejo na 27.205 virov. Nekateri izmed njih so med izbranimi deli, večina pa jih je izven našega izbora (npr. govorijo le o matematiki, ne pa tudi o igrifikaciji). Slika 1 prikazuje razvrstitev izbranih del po letih objave. Opazen interes za igrifikacijo v matematiki zaznamo v letu 2011, v letu 2014 pa število objav začne intenzivno naraščati. Padec v letu 2020 je posledica epidemije. Število objav se je kasneje vrnilo na predpandemično raven, ni pa je preseglo. To lahko pojasnimo z visokim deležem del, ki so objavljena v zbornikih konferenc. Zaradi omejitev potovanj so bile dejavnosti konferenc zmanjšane. Ugotovimo še, kateri avtorji so objavili največ del. Na prvih treh mestih se nahajajo: dr. Kristian Kiili s Fakultete za izobraževanje in kulturo Univerze v Tampereju na Finskem (22 objav), dr. Fengfeng Ke s Pedagoške fakultete Državne univerze na Floridi v ZDA (19 objav) in dr. Manuel Ninaus z Inštituta za psihologijo Univerze v Gradcu v Avstriji (15 objav). Na sliki 2 vidimo še časovno dinamiko objav 15 avtorjev z največ objavljenimi deli. Opazimo da so najproduktivnejši avtorji še vedno zelo aktivni, da je zlasti dr. Ke delovala na področju, ko to sploh še ni bilo popularno, ter da je večja skupina avtorjev objavljala dela v obdobju 2015-2017, kasneje pa z objavami prenehala.



Slika 1: Število objav po letih. Podatek za leto 2023 je začasen. Vir: [2].

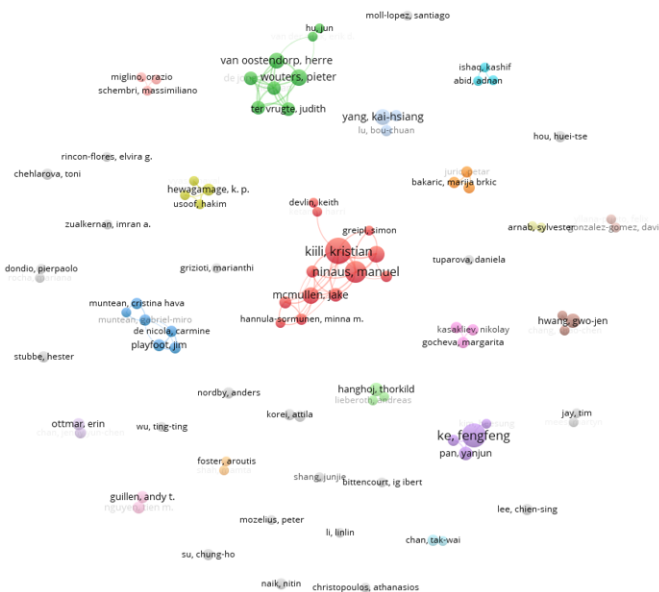
Podobno kot avtorje lahko odkrijemo tudi publikacije, v katerih je izšlo največ preučevanih del. Na prvem mestu je s 27 objavljenimi deli revija *Computer & Education* založbe Elsevier, drugo mesto pa si s po 17 objavami delita reviji *Educational Technology Research and Development* založbe Springer in *Interactive Learning Environments* založbe Taylor & Francis. Med 15 publikacijami z največ objavljenimi deli najdemo kar 4 konferenčne zbornike, med njimi z 9 objavami vodi zbornik konference INTED2017 (11th International Technology, Education and Development Conference, 6.-8. marec 2017, Španija).



Slika 2: Objave avtorjev z največ objavljenimi deli skozi čas. Vir: [2]. Orodje: [1].

### 3. Naprednejša bibliometrična analiza

**3.1. Družbena in vsebinska struktura področja.** Z analizo soavtorstev lahko določamo družbeno strukturo področja. Dva avtorja sta povezana, če sta skupaj (lahko v soavtorstvu še z drugimi avtorji) napisala delo. Povezava med njima je močnejša, če sta skupaj napisala več del. Na sliki 3 so avtorji, ki so močnejše povezani, narisani bližje skupaj, z barvami pa je program skušal odkriti najbolj smiselno razvrstitev povezanih avtorjev v skupine. Barva v našem primeru nima smisla, saj hitro vidimo, da avtorji sodelujejo v manjših in dobro povezanih skupinah, bolj celostnega sodelovanja med njimi pa ni zaznati.

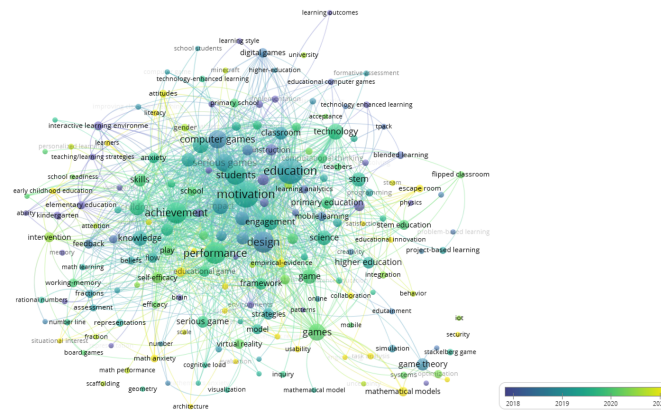


Slika 3: Omrežje avtorjev na osnovi soavtorstev del. Vir: [2]. Orodje: [4].

Z analizo sopojavljanja ključnih besed določimo še vsebinsko strukturo področja. Dve ključni besedi sta povezani, če nastopata skupaj v enem od analiziranih del. Povezava med njima je močnejša, če ključni besedi skupaj nastopata v več delih. Na sliki 4 so ključne besede, ki so močnejše povezane, narisane bližje skupaj. Z barvami je prikazano še povprečno leto objave del, ki izbrano ključno besedo vsebujejo. Iz analize smo izključili ključne besede, po katerih smo iskali dela, saj zaradi svoje pogostosti prikrijejo pravo strukturo področja. Deset najpogostejših ključnih besed je: motivacija, uspešnost, dizajn, dosežki, računalniške igre, resne igre, vpliv, tehnologija, zavzetost in znanje. Izrazitih podstruktur med ključnimi besedami ne zaznamo, kar pomeni, da področja igrifikacije pri matematiki ni mogoče še nadalje členiti. Tudi »starost« ključnih besed ne nakazuje, da bi bilo katero

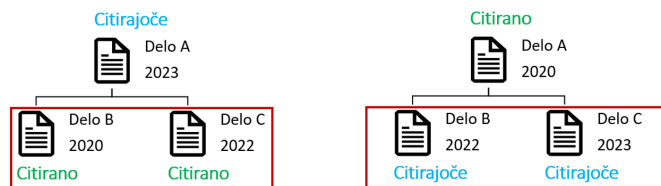


izmed podpodročij bolj aktualno. Med novjšimi ključnimi besedami najdemo: digitalna igra, empirični dokaz, soba pobega, matematični model in stališča.



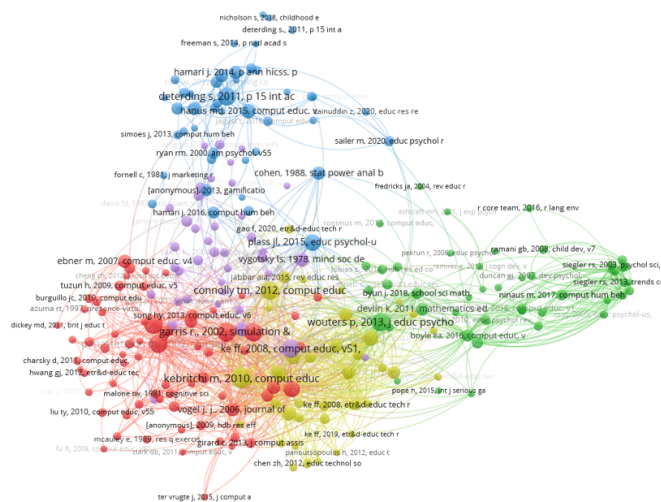
Slika 4: Omrežje ključnih besed na osnovi sopojevjanja v delih. Vir: [2]. Orodje: [4].

**3.2. Analiza sosklicovanja.** Analiza sosklicovanja temelji na domnevi, da so dela, na katera se skupaj sklicujemo, vsebinsko povezana. Povezava med deloma je močnejša, če se na njihju skupaj sklicuje več avtorjev. Deli B in C na sliki 5 levo sta povezani, ker obstaja delo A, ki se sklicuje na obe. Pri tem je delo A vključeno v naš izbor podatkov, deli B in C pa ne nujno. Z analizo sosklicovanja torej preučujemo omrežje 27.205 virov in tako dobimo intelektualno strukturo področja, ki pa je vsaj delno usmerjena v preteklost. Ker se na najnovejša dela še nihče ni skliceval, v analizi omrežja nimajo velikega pomena. Povezave med deli so dinamične, saj novonastala dela ustvarjajo nove povezave med starimi deli ali pa okrepijo že obstoječe povezave.



Slika 5: Povezava med deloma B in C v primeru sosklicovanja (levo) in bibliografskega parčenja (desno).

Na sliki 6 so dela, ki so močnejše povezana, narisana bližje skupaj, z barvami pa je program skušal še odkriti najbolj smiselno razvrstitev povezanih del v skupine; v našem primeru dobimo 5 skupin. Velikosti krožcev pomenijo število sklicev na posamezno delo, zato zlahka določimo, katera dela so najpomembnejša v posamezni skupini, in tako skupine vsebinsko razložimo.

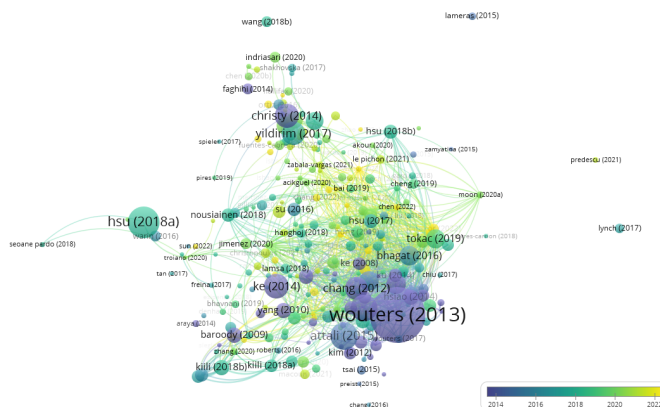


Slika 6: Omrežje del na osnovi sosklicovanja. Vir: [2]. Orodje: [4].

**3.3. Bibliografsko parčenje.** Bibliografsko parčenje temelji na domnevi, da sta dve deli, ki se



sklicujeta na isto delo, vsebinsko povezani. Povezava med deloma je močnejša, če je presek njunih seznamov virov večji. Deli B in C na sliki 5 desno sta povezani, saj se obe sklicujeta na delo A. Deli B in C sta v našem izboru podatkov, zato z bibliografskim parčenjem preučujemo omrežje 947 del. Povezave med deli so statične, saj se sezname virov s časom ne spreminjajo. Delo zato lahko vključimo v omrežje takoj po njegovi objavi. Če analizo omejimo na obdobje zadnjih nekaj let, lahko s pomočjo dobljenega omrežja odkrijemo strukturo aktualnih tem.



Slika 7: Omrežje del na osnovi bibliografskega parčenja. Vir: [2]. Orodje: [4].

Na sliki 7 so dela, ki so močnejše povezana, narisana bližje skupaj, barva pa označuje leto objave. Zopet opazimo, da med aktualnimi temami ni izrazitih podstruktur (vidimo le nekaj manjših skupin), novejša dela pa so umeščena na sredino in so močno povezana s starejšimi deli.

#### 4. Zaključek

Rezultat pregleda literature je izčrpen seznam del, ki prispeva k reševanju zastavljenih vprašanj, in je usmerjen v prihodnost; odkrivati mora vrzeli v obstoječem znanju in voditi do novih raziskovalnih vprašanj. V tem prispevku si vsebinskih vprašanj nismo zastavili, saj smo želeli prikazati uporabo bibliometričnih metod. Zaradi omejenega časa in prostora smo opustili tudi podrobno interpretacijo rezultatov. Slednjo zaenkrat še opravljajo raziskovalci s pomočjo prebiranja izstopajočih del. Z orodji umetne inteligence pa si bomo raziskovalci tudi pri tem učinkovito pomagali.

#### 5. Zahvala

Predstavljeno delo temelji na izkušnjah projekta DigiMates, ki ga je sofinanciral program Evropske unije Erasmus+ v okviru strateškega partnerstva za pripravljenost na digitalno izobraževanje, številka projekta 2020-1-SI01-KA226-HE-093593.

#### Viri

- [1] M. Aria in C. Cuccurullo, bibliometrix: An R-tool for comprehensive science mapping analysis, *Journal of Informetrics* 11(4) (2017), str. 959–975.
- [2] Clarivate, Web of Science, <https://www.webofscience.com>.
- [3] D. Denyer in D. Tranfield, Producing a systematic review, v: *The SAGE handbook of organizational research methods* (ur. D. Buchanan in A. Bryman), SAGE, Los Angeles, California, ZDA, 2009, str. 671–689.
- [4] N. J. van Eck in L. Waltman, Software survey: VOSviewer, a computer program for bibliometric mapping. *Scientometrics* 84 (2010), str. 523–538.
- [5] Zupic in T. Čater, Bibliometric Methods in Management and Organization, *Organizational Research Methods* 18(3) (2015), str. 429–472.

## Fizika skozi čas: vzpostavitev interaktivnega muzeja za poučevanje in raziskovanje fizike)

Avtor: Primož Trontelj<sup>1</sup>

<sup>1</sup> OŠ prof. dr. Josipa Plemlja Bled

Ta članek predstavlja in analizira inovativen pristop k poučevanju fizike skozi vzpostavitev interaktivnega muzeja "Fizika skozi čas". Projekt je rezultat sodelovalnega prizadevanja med učiteljem fizike, učiteljico dodatne strokovne pomoči, knjižničarjema in nadarjenimi učenci. Članek opiše koncept muzeja, vključno z izborom eksponatov, načinom prilagajanja vodenja glede na starostne skupine ter vplivom na učence različnih stopenj izobraževanja. Cilj projekta je spodbuditi razumevanje fizikalnih konceptov skozi zgodovinsko perspektivo, vključiti praktično eksperimentiranje ter omogočiti sodelovanje učencev in timsko delo. Ključne besede: interaktivni muzej, fizika, poučevanje, eksperimentiranje, raziskovanje, eksponati, sodelovanje.

## 1. Uvod

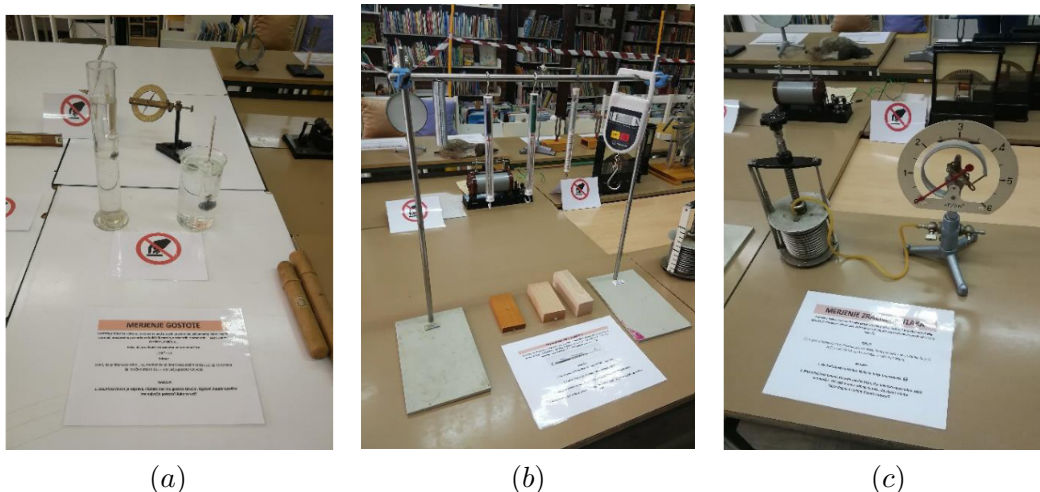
Poučevanje naravoslovnih znanosti, kot je fizika, se nenehno razvija, saj se prilagaja novim tehnologijam in pedagoškim pristopom. V današnjem hitro spreminjajočem se svetu je ključno, da se prilagodimo novim metodam poučevanja in motivaciji učencev za učenje. V tem članku predstavljamo izjemen primer takšnega pristopa - interaktivni muzej "Fizika skozi čas". Ta projekt vključuje sodelovanje med učitelji fizike, učiteljicami dodatne strokovne pomoči, nadarjenimi učenci in knjižničarjema. Njegov cilj ni le poučevanje fizike skozi zgodovinsko perspektivo, temveč tudi spodbuja interaktivno učenje, raziskovanje in sodelovalno učenje med učenci. Glavni cilj muzeja je izboljšati poučevanje naravoslovnih ved in s tem pozitivno vplivati na razumevanje in zanimanje za naravoslovnne vsebine med različnimi starostnimi skupinami med učenci.



Slika 1: (a) plakat, (b) pospravljanje kabineta, (c) muzej

## 2. Izvedba muzeja

**2.1. Izbira eksponatov in njihov pomen.** Ideja za muzej je prišla spontano, saj sta učitelj fizike in učiteljica dodatne strokovne pomoči med generalnim čiščenjem fizikalnega kabineta našla veliko starejših eksponatov, ki so se včasih uporabljali za poučevanje fizike. Eksponati, vključno z merilniki, glasbenimi inštrumenti, knjigami in eksperimentalnimi pripomočki, so bili skrbno izbrani. Na njihovo izbiro je vplival didaktični potencial, zanimivost, praktičnost, zgodovinski pomen, možnost samostojnega eksperimentiranja in element presenečanja pri eksperimentiranju. Pri izbiri in usposabljanju eksponatov je imel zelo pomembno vlogo nadarjen učenec 8. razreda, ki se tudi v prostem času ukvarja z eksperimentiranjem, predvsem na področju elektrike. Učenec je nekatere eksponate odnesel domov in jih popravil. Nekatere naprave so imele navodila v cirilici. Pri prevodu le-teh so nam pomagali učenci, ki so se preselili iz Ukrajine. Primeri eksponatov, ki smo jih uporabili so: več vrst tehtnic, galaktometer, več vrst termometrov, zrcalna škatla, kaleidoskop, različne štoparice, glasbene vilice, grafoskop s prosojnicami, različni elektroskopi, Wimshurstov influenčni stroj, drsni reostat, Ruhmkorffov induktor, modelček parnega stroja ... Raznovrstnost eksponatov je omogočila učencem, da se poglobijo v različna področja fizike, od mehanike do zvoka, svetlobe in elektromagnetizma. Veliko eksponatov predstavlja pomemben mejnik v razvoju fizikalnih konceptov in eksperimentalnih metod ter omogoča učencem, da se neposredno soočijo s preteklimi dosežki in izzivi v naravoslovnih vedah. Na primer, Wimshurstov influenčni stroj je simbol elektrostatike in prinaša učencem vpogled v zgodnje poskuse o elektriki. Starejše tehtnice in štoparice pa odpirajo pogovor o natančnosti meritev ter pomenu tehnik merjenja in njihovega razvoja skozi zgodovino.



Slika 2: (a) galaktometer, (b) silomeri, (c) merilnik zračnega tlaka



Slika 3: (a) glasbene vilice, (b) elektroskopi

**2.2. Organizacija vodenja razstave.** Pri ustvarjanju interaktivnega muzeja "Fizika skozi čas" smo si prizadevali doseči usklajenost med različnimi sodelujočimi, da bi zagotovili kakovostno izkušnjo za vse učence. Učitelj fizike, knjižničarja in dva nadarjena učenca iz 8. in 9. razreda smo tvorili sodelujočo ekipo muzejskih vodičev, ki je združila različne spretnosti in znanja. Vsak posameznik je prispeval svoje veščine in izkušnje, kar je omogočilo oblikovanje celovitega pristopa k vodenju muzeja. Učitelj je prinesel strokovno znanje in vodil večinoma starejše skupine učencev, knjižničar je skrbel za komunikacijo in vodenje mlajših skupin, nadarjeni učenci pa so s svojo strastjo in energijo vplivali na motivacijo učencev.

**DOŽIVI FIZIKO SKOZI ČAS NA OŠ BLED**  
Razstava ob 50-letnici  
**RAZREDNA STOPNJA**

URE	SRE 19.4.	ČET 20.4.	PET 21.4.	PON 24.4.	TOR 25.4.
1. 8.20-9.05	1.b ✓	<i>FIZ DAV knjižnica zgraja</i>		3.b ✓	4.b ✓
2. 9.25-10.10			2.b ✓	4.A ✓	
3. 10.25-11.10			1.A ✓	3.A ✓	5.b ✓
4. 11.15-12.00			2.c ✓	2.A ✓	
5. 12.05-12.50			Don. Beza (B) ✓	5.a ✓	4.c ✓
6. 12.55-13.40					

Slika 4: Urnik vodenj razstave

Da bi omogočili ogled razstave vsem učencem, smo vzpostavili jasen urnik na vratih knjižnice, kjer so lahko razredniki prijaviili svoj oddelek. Ker so se vpisovali en teden v naprej, smo z lahkoto organizirali vodenje. Medtem ko je urnik na vratih knjižnice zagotovil strukturo, smo ohranjali

nenehno komunikacijo med vsemi vpletenimi. Redno smo se sestajali in delili svoje izkušnje, izzive in ideje. Povratne informacije učencev in sodelavcev so bile neprecenljive za prilagajanje vodenja in izboljšanje izkušnje učencev. Sodelovanje med učitelji različnih oddelkov je preseglo meje učilnic in omogočilo obogateno izkušnjo za vse učence šole. Prav tako smo ustvarili povezave med generacijami, saj smo na ogled sprejeli tudi skupino iz bližnjega vrtca. Ta medgeneracijski pristop je dodal poseben čar dogodku in omogočil, da so tudi najmlajši občutili navdušenje nad fiziko.

**2.3. Prilagoditev glede na starostne skupine.** Pristop smo prilagodili glede na starost učencev, kar omogoča učno doživetje, ki je primerno za vsak razred - od prvega do devetega. Pomemben vidik vzpostavitve muzeja je bila prilagoditev vodenja in razstave glede na starostne skupine učencev. Muzejska razstava se je začela s preprostimi eksponati, primernimi za prvošolce, kjer so se srečali s temeljnimi fizikalnimi pojmi, kot so masa, čas in sila. Postopoma smo napredovali do bolj kompleksnih eksponatov, ki so se dotikali konceptov, kot so elektrika, magnetizem in tlak za učence višjih razredov. Učenci nižjih razredov nekaterih poskusov niso izvajali sami, pač pa smo jih demonstrirali vodilci. Tako smo zagotovili, da so bili eksponati in vodenje ustrezni za vsako starostno skupino. Učenci so se tako lahko postopoma poglobili v zahtevnejše koncepte in se ob tem počutili udobno ter samozavestno. Učenci so tako imeli možnost na svoji ravni razumeti in doživljati fiziko.

**2.4. Interaktivno učenje in raziskovanje.** Muzej Fizika skozi čas je bil zasnovan na temelju interaktivnega pristopa k učenju. Vsak eksponat je imel na mizi prilepljena jasna navodila za uporabo, ki so učence vodila skozi raziskovanje in eksperimentiranje. Na eni strani so učenci s knjižničarjema in razrednikom raziskovali stare knjige in uporabljali projektor in prosojnice z zanimivimi slikami iz vesolja, na drugi strani pa so ob vodenju učitelja fizike ali nadarjenega učenca sodelovali v poskusih s prej omenjenimi eksponati. Ključni element muzeja je bil poudarek na interaktivnem učenju. Namesto pasivnega poslušanja predavanj so imeli učenci priložnost, da eksperimentirajo sami. Navodila za uporabo eksponatov so jih vodila k postavljanju hipotez, preizkušanju idej in raziskovanju fizikalnih pojavov v realnem okolju. To je privedlo do večjega razumevanja in poglobljenega znanja, saj so učenci snov bolje osvojili s praktičnim izkustvom.

### 3. Vpliv na učence

**3.1. Razvoj kritičnega razmišljanja in radovednosti.** Projekt je presegel pričakovanja, kar se je odražalo v rezultatih. Zanimanje za fiziko se je znatno povečalo, kar so potrjevale povratne informacije učencev, staršev in sodelavcev. Mlajši učenci so bili navdušeni nad eksperimenti, medtem ko so starejši učenci spoprijemali z izzivi, ki so jim omogočili, da so bolj poglobljeno razumeli koncepte. Poudarek na interaktivnem učenju in dejavnem sodelovanju je omogočil boljše usvajanje učne snovi ter razvijanje radovednosti in kritičnega razmišljanja. Preizkušanje eksponatov ter razmišljanje o njihovih učinkih in posledicah je spodbujalo učence, da prevzamejo vlogo aktivnih raziskovalcev. Sodelovanje v eksperimentalnih dejavnostih je pripomoglo k razvoju njihove sposobnosti za opazovanje, analiziranje in razlaganje fizikalnih pojavov.

**3.2. Povezovanje teorije z eksperimentom.** Muzej je omogočil učencem, da povežejo teoretično znanje, ki so ga pridobili v učilnici, z dejanskimi eksperimenti. Vsak eksponat je bil zasnovan tako, da je spodbujal razmišljanje o teoretičnih konceptih, kot tudi o praktični uporabi le-teh. To je učencem omogočilo, da si bolje predstavljajo, kako se teorija prepleta z realnim svetom ter kako lahko fizikalne zakonitosti razložijo tudi vsakdanje pojave.

**3.3. Vpliv na razvoj kompetenc.** Projekt interaktivnega muzeja Fizika skozi čas je ne le spodbudil razumevanje fizikalnih konceptov, temveč je tudi prispeval k razvoju širših kompetenc pri učencih. Sodelovanje v eksperimentalnih dejavnostih je kreiralo priložnosti za timsko delo, komunikacijo in reševanje izzivov. Učenci so se učili sodelovati, izmenjavati ideje ter se soočati s težavami, kar so pomembne veščine za njihovo nadaljnje šolanje in osebni razvoj.

**3.4. Vpliv na motivacijo za učenje.** Eden izmed ključnih dosežkov projekta je bil njegov pozitiven vpliv na motivacijo učencev za učenje fizike. Z interaktivnim pristopom so učenci prepoznali, da je fizika lahko zabavna in praktična, kar je povečalo njihovo željo po raziskovanju in razumevanju predmeta. Pri osmošolcih in devetošolcih je bilo opazno povečanje aktivne udeležbe na urah fizike. Pri mlajših učencih pa smo opazili željo, da bi se fizike učili že prej, kot pri urah naravoslovja in fizike, ki se začne šele v 6. razredu.

**3.5. Krepitev vodstvenih sposobnosti.** Vključevanje nadarjenih učencev v proces vzpostavitve in vodenja muzeja je imelo dvojni učinek. Poleg njihovega pomembnega prispevka k projektu, so nadarjeni učenci pridobili priložnost za razvoj vodstvenih in organizacijskih veščin. Vodenje po

muzeju ter interakcija z različnimi starostnimi skupinami učencev sta okrepila njihovo samozavest in sposobnost javnega nastopanja. Nadarjeni učenci so ob svojih vodenjih uspešno pridobili pozornost in tudi spoštovanje mlajših učencev.

#### **4. Pogled v prihodnost**

Projekt Fizika skozi čas je postavil temelje za prihodnost. Načrtujemo, da bomo projekt v prihodnosti nadgradili in ga ponovili vsaka 4 leta, da bomo osvežili izkušnjo za nove generacije učencev. To bo omogočilo, da bo še več učencev doživelo čar fizike skozi eksperimentiranje, interaktivno učenje in raziskovanje.

#### **5. Zaključek**

Projekt Fizika skozi čas je jasen dokaz, da je inovacija ključna za preoblikovanje poučevanja in navduševanja učencev za učenje. S takšnim pristopom lahko presežemo meje tradicionalnega poučevanja. S povezovanjem zgodovinske perspektive, praktičnih eksperimentov, interaktivnih izkušenj in sodelovanja smo ustvarili okolje, kjer se učenci lahko učijo, raziskujejo in razvijajo. Ta projekt je spodbuda za vse učitelje, da razmišljajo izven okvirjev in ustvarjajo izkušnje, ki bodo učence navdušile za naravoslovje ter obogatile njihov izobraževalni proces.