Konferenca slovenskih matematikov 2023

petek, 15. september 2023 - sobota, 16. september 2023

Festivalna dvorana Bled

Zbornik povzetkov

Kazalo

36

Kako oplemenititi pouk matematike - primeri iz OŠ Lila

Avtorica: Renata Babič[1]

[1] *OŠ Lila Ljubljana*

Pouk matematike je pogosto kritiziran zaradi svoje togosti, neskončnega utrjevanja znanja preko novih nalog in neopažene povezave z resničnim življenjem ter pomanjkanja raznolikosti didaktičnih pristopov. Na predavanju bodo predstavljeni konkretni primeri, kako smo pouk matematike v OŠ Lila oplemenitili z različnimi dejavnostmi. Te so služile aktivnemu sodelovanju učencev, bolj poglobljenemu razumevanju vsebine, lahkotnejšemu utrjevanju ključnih znanj in osmišljanju vsebine preko povezave z resničnim življenjem.

OŠ Lila je osnovna šola po posebnih pedagoških načelih, imenovanih Vzgoja za življenje. Po svetu, med drugim tudi v Italiji, deluje približno 10 šol po enakih principih. Program OŠ Lila je javno veljaven in sofinanciran s strani Ministrstva za vzgojo in izobraževanje. Pri pouku zavedno, sistematično in načrtno razvijamo otrokovo telo, čustva, voljo in um ter osebni stik med učiteljem in učencem, s katerim razvijamo socialne in čustvene kompetence, vključno z odnosnimi. Pri načrtovanju učne ure si prizadevamo upoštevati otrokove interese, vnesti povezave z resničnim življenjem in okolico ter jo strukturirati po načelih učenja v toku. Z organizacijskega vidika so oddelki razmeroma majhni (do 15 otrok) in starostno mešani, pri čemer sta pri vsaki učni uri prisotna dva učitelja.

Predstavljene bodo aktivnosti, ki so bile uporabljene pri pouku razredov zadnje triade. Uporabljene so bile kot uvodne aktivnosti, s katerimi smo učence navdušili nad prihajajočo vsebino, ali kot aktivnosti, kjer so v parih ali skupinah sodelovali učenci različnih starostnih skupin znotraj svojega oddelka, ali pa kot aktivnosti, ki so služile utrjevanju snovi ter poglabljanju razumevanja. Predstavljene bodo tudi povezave z resničnim življenjem, ki so bile del nekaterih aktivnosti, ter aktivnosti, ki so služile razvoju kreativnega mišljenja in povezovanju različnih vsebin.

49

Lastnosti orešnih grafov ter njihove aplikacije

Avtor: Nino Bašić[1]

[1] *Univerza na Primorskem, Fakulteta za matematiko, naravoslovje in informacijske tehnologije, Inštitut za matematiko, fiziko in mehaniko*

Povzetek. Orešni graf je graf, ki ima enorazsežno jedro matrike sosednosti, pripadajoči lastni vektor pa ne vsebuje ničelnih elementov. Če graf K_1 izvzamemo, imajo orešni grafi vsaj sedem vozlišč; vsi so povezani, vsebujejo vsaj en lih cikel in so brez listov. Ogledali si bomo nekaj konstrukcij, ki iz manjših orešnih grafov naredijo večje orešne grafe. Nato se bomo ukvarjali s simetrijami orešnih grafov in ugotovili, da so le-ti lahko vozliščno tranzitivni, ne morejo pa biti povezavno tranzitivni. Na koncu si bomo ogledali še njihove kemijske lastnosti in aplikacije v fiziki.

38

Povezovanje matematike in fizike pri obravnavi kvadratne funkcije

Avtor: Aljoša Berk[1]

[1] *Srednja tehniška in poklicna šola Trbovlje*

Učitelj lahko načrtuje in izvede pouk matematike tudi drugače od klasičnega frontalnega načina, pri katerem so dijaki pasivni, ker le prepisujejo iz table v zvezke in se pri tem dolgočasijo. Raziskovalni pouk jih na aktiven način zaposli v razredu, doma, na terenu, v delavnici in v računalniški učilnici. Za iskanje podatkov, izdelavo tabel in za risanje grafov funkcij uporabljajo dijaki sodobno informacijsko komunikacijsko tehnologijo (pametne telefone z ustreznimi aplikacijami ter prenosne računalnike), kar jih še bolj pritegne k delu. V članku je opisano izkustveno in raziskovalno proučevanje grafov in parametrov kvadratne funkcije s pomočjo različnih računalniških aplikacij in fizikalnih eksperimentov. Dijaki drugega letnika programa SSI so na projektnih dnevih s programom za videoanalizo Tracker in z matematično aplikacijo GeoGebra raziskovali vrste in oblike parabol ter računali njihove funkcijske zapise, ničle, začetne vrednosti in temena. Iz videoanalize pridobljene podatke so vnesli v elektronsko preglednico Excel, narisali grafe funkcij ter jih medsebojno primerjali. Pouk je zahteval od dijakov kompetence snemanja in obdelave videoposnetkov, snemanja zaslona, uporabo elektronskih preglednic, uporabo naprednejših funkcij programa GeoGebra ter teoretično znanje o kvadratni funkciji. Izdelali so plakate in skice z definicijami parametrov kvadratne funkcije ter izvajali in dokumentirali fizikalne eksperimente, ki prikažejo nastanek in oblike različnih parabol. Namesto klasičnih nalog iz zbirke nalog so dijaki s fizikalnimi poskusi modelirali lastne parabole in zapisali njihove funkcijske predpise. Vsem eksperimentalno pridobljenim funkcijam so dijaki s svinčnikom na papir ročno preračunali funkcijske predpise, ničle, začetne vrednosti in temena ter na koncu vse preverili z vnosom parametrov v program GeoGebra.

48

Volilni sistemi v Sloveniji za matematike

Avtorica: Katja Berčič[1]

[1] *Univerza v Ljubljani, Fakulteta za matematiko in fiziko*

V Sloveniji imamo predsedniške, državne, evropske in lokalne volitve. Na teh uporabljamo skupaj osem volilnih sistemov, od preprostih do zapletenih. Vsak sistem skuša zadostiti enemu ali več pogojem, kot sta na primer enakomerna razporeditev mandatov po volilnih enotah ali zastopanost list, ki je čim bližje razmerju prejetih glasov. Ti smiselni pogoji včasih pripeljejo do nepričakovanih posledic in posebnih primerov, ki jih zakonodajalec ni predvidel, matematik pa se obnje hitro spotakne. To predavanje je osnovano na neodvisnih izračunih izidov lanskih volitev, ki sva jih opravila z Andrejem Bauerjem, in na nadaljevanju projekta skupaj s Sašo Zagorcem. Pogledali predvsem zapletenejše sisteme in zanimivosti, na katere naletimo, ko se lotimo izračuna izidov.

18

O Maiorana-McFarland funkcijah, ki ležijo izven ostalih pomembnih razredov

Avtorica: Nastja Cepak[1]

[1] *Univerza na Primorskem, Fakulteta za matematiko, naravoslovje in informacijske tehnologije Inštitut Andreja Marušiča*

V kriptografiji predstavljajo pomemben gradnik pri sestavljanju kriptografskih primitivov tako imenovane Boolove funkcije z maksimalno nelinearnostjo, ali na kratko, ukrivljene funkcije (bent functions). Eden od večjih problemov, ki jih srečujemo na tem področju, je kako te funkcije eksplicitno definirati. Namreč, že pri delu s samo 8 spremeljivkami znamo trenutno eskplicitno opisati manj kot odstotek vseh obstoječih ukrivljenih funkcij. Z naraščajočim številom spremeljivk se to razmerje samo še slabša. Zaradi tega je pomembno, da čim boljše razumemo, kdaj so novo najdene ukrivljene funkcije ekvivalentne funkcijam, ki so že vsebovane v katerem od večjih znanih razredov, in kako

natančno se redki že poznani razredi med seboj prekrivajo. V zadnjih letih je bilo na tem področju dosti napredka, ki ga bomo poskusili čim bolj grafično prikazati.

30

Pouk fizike v Waldorfski šoli

Avtorica: Tjaša Černoša[1]

[1] *Waldorfska šola Savinja, Žalec*

Pouk fizike se v waldorfski šoli prične v 6. razredu z vsebinami, ki so primerljive naravoslovnim vsebinam v 6. in 7. razredu državne osnovne šole.
Malo predmetov učence tako zdrami kot fizika in učenci jo pričakujejo z velikim veseljem.
Pouk v waldorfski šoli poteka v epohah in v tri dnevnem ciklu. Glavne ure epoh so natančno ter premišljeno strukturirane in dolge 120 min. V vsaki glavni uri se zvrsti več različnih dejavnosti: ritmični del, ponavljanje, preverjanje in razumevanje usvojenega znanja, zapis snovi ter eksperimentiranje. Zaradi drugačnega načina poučevanja učenci ne uporabljajo učbenikov in delovnih zvezkov, ampak pri pouku pišejo in urejajo zapise v zvezek in ustvarjajo svoj »učbenik« pod budnim strokovnim nadzorom učitelja. Velik poudarek je na praktičnem oz. izkustvenem delu. Učenci vsako učno uro preko eksperimentalno preiskovalnega dela pridejo do razumevanja naravoslovnih pojavov in odkritja novih fizikalnih zakonitosti.
Predstavila bom drugačen način poučevanja in medpredmetnega povezovanja poučevanja akustike pri pouku fizike v 6. razredu waldorfske šole, ki ustreza učni vsebini zvoka pri naravoslovju v 7. razredu osnovne šole. Kako in zakaj to temo obravnavamo v tem starostnem obdobju bom pojasnila tudi z vidika waldorfske pedagogike.

29

Fiz'ka cveke pr'tiska, kemija pa zabija. Menda ne zaradi matematike?

Avtor: Ambrož Demšar[1]

[1] *Zavod sv. Stanislava, OŠ Alojzija Šuštarja*

Znanje in uporaba predpon, ki so praviloma prva tema vsakega naravoslovnega učbenika, se smatra kot temelj, na katerem se gradijo naravoslovne vsebine. Kljub enostavnosti in sistematičnosti, kljub omejitvi na poznavanje zgolj dveh osnovnih količin v osnovni šoli (meter za dolžino in (kilo)gram za maso) ter kljub uporabi določenih predpon že od prvega razreda dalje in vsakoletnem obnavljanju in razširjanju vsebine, povprečen osmošolec ne zna uporabljati predpon. Naloge s pretvarjanjem so velikokrat najslabše reševane naloge na nacionalnem preverjanju znanja.

V resnici predpone niso nič drugega kot tuja, predvsem grška in latinska poimenovanja števil. Decem za deset(ino), hek(a)to(n) za sto; tudi femto(en) za 10^{-15} in tera (pošast).

Pretvarjanje ni težko, pri enotah s potenco 1 je pretvornik do enote s sosednjo predpono 10^1 (m v dm, dm v cm,...), pri enotah s potenco 2 (recimo pri ploščinskih) 10^2 (m^2 v dm^2, dm^2 v cm^2,...) pri enotah s potenco 3 (recimo volumskih) pa 10^3 (m^3 v dm^3, dm^3 v cm^3,...) itn. Učencem tako postane razumljiva uporaba predpon vsakdanje volumske enote liter, velja isto pravilo (10^1), saj je liter enota s potenco 1 in ne s potenco 3.

Priporočam dosledno uporabo predpon, tudi če niso običajne, sicer se sistem podre. To lahko vidimo v številnih tabelah, tudi v učbenikih, predvsem pa v takih, ki jih učitelji dajejo kot pomoč učencem. V pomoč učencem predlagam mnemotehniko **k** ar **h** itro **da** j **1 d**ober **c** mok **m** amici. Neuporaba hektometra in dekametra zahtevata posebna “pretvarjanja” iz metra v kilometer, neuporaba hektograma prav tako. Učitelji lahko smiselno vpeljemo v slovenski prostor vsaj predpone, saj bodo ideje dr. Plemlja o logičnem poimenovanju števil v slovenščini (trideset pet namesto petintrideset) najverjetneje ostale neuresničene.

Predpone so v 8. razredu sicer krasen uvod v desetiške potence; celo zahtevnejša snov 10^0 in 10^{-n} in kasneje algebrski ulomki postanejo razumljivi. Pri tem pa matematiki v obratno smer lahko priskoči v pomoč fizika, saj učencem z odličnimi predstavami prikaže, kaj npr. število dejansko predstavlja. (Izvrstne analogije ima knjiga Joela Levyja "Čebela v katedrali").

Prepričan sem, da bi na ta način izboljšali tako zaželeno finančno pismenost učencev, saj celo odrasli težko primerjamo milijon in milijardo evrov. V analogiji s časom gre lažje: 10^6 (milijon) sekund: $3600 : 24 = 11,5$ dneva glede na 10^9 (milijardo) sekund: $3600 : 24 : 365,25 = 31$ let in pol.

34

Iskanje rešitev matematičnih problemov s pomočjo umetne inteligence

Avtorica: Danijela Gerkšič Blatnik[1]

[1] *Prometna šola Maribor*

Umetna inteligenca (v nadaljevanju UI) služi kot orodje za izboljšanje učinkovitosti in natančnosti pri reševanju matematičnih problemov, ne more pa nadomestiti razmišljanja in razumevanja. Metode, pri katerih lahko uporabimo umetno inteligenco za reševanje matematičnih problemov vključujejo ustrezno programiranje, algoritme in veliko količino podatkov za uspešno delovanje. Postopki so odvisni od vrste problema in razpoložljivih podatkov. S pomočjo UI lahko na primer simbolno in numerično računamo, napovedujemo matematične trende, iščemo optimalne rešitve, prepoznavamo vzorce v velikih količinah podatkov, odkrivamo nove matematične strukture ali vzorce, ustvarjamo rešitve matematičnih problemov, itd.
Uspešnost rešitve nekega problema, pri katerem smo želeli uporabiti UI, je odvisna od tega, kakšne podatke smo uporabili in seveda od zahtevnosti problema. S pomočjo razumevanja matematičnih konceptov in rešitev lahko pravilno uporabimo rezultate, ki jih zagotovi UI.
V članku želimo prikazati nekaj najboljših orodij UI za učenje in razumevanje matematike. UI je spremenila način, kako se učenci učijo in razumejo matematiko, zaradi česar je lažja, privlačnejša in prijetnejša. Predstavili bomo nekaj orodij UI, ki pomagajo izboljšati matematične sposobnosti, ne glede na to, ali imajo učenci težave z osnovnimi koncepti ali želijo svoje sposobnosti nadgraditi. Med boljšimi orodji UI so Photomath, Socratic, Mathway, Wolfram Alpha, Maple Calculator. S pomočjo naštetih orodij imajo učenci dostop do rešitev po korakih in v realnem času.
Predstaviti želimo tudi, zakaj je Chat GPT, trenutno najbolj popularno orodje, slabši pri reševanju matematičnih nalog in podati nekaj napačno rešenih matematičnih problemov oz. prikazati, kako je potrebno nalogo formulirati, da dobimo pravilno rešitev.
Potencial za še zmogljivejša in inovativnejša orodja UI v matematičnem izobraževanju je z napredkom tehnologije neomejen. Z nadaljnjim razvojem UI je prihodnost matematične izobrazbe videti obetavna.

Predstavitev plakatov (raziskovalno - aplikativna sekcija) / 23

Kritične povezave v Ripsovih kompleksih ter vztrajnost

Avtor: Peter Goričan[1]

[1] *Inštitut za matematiko, fiziko in mehaniko, UL FMF*

Ukvarjamo se z vztrajno homologijo, pridobljeno z uporabo homologije na odprti Ripsovi filtraciji kompaktnega metričnega prostora (X, d). Pokažemo, da vsako zmanjšanje nič-dimenzionalne vztrajnosti in vsako povečanje eno-dimenzionalne vztrajnosti povzročijo lokalni minimumi funkcije razdalje d. Če funkcija d doseže lokalni minimum le v končno mnogo parih točk, dokažemo, da je vsaka zgoraj omenjena sprememba vztrajnosti povzročena s specifično kritično povezavo v Ripsovih kompleksih, ki jo predstavlja lokalni minimum funkcije d. To dejstvo uporabimo pri razvoju teorije (vključno z interpretacijo) kritičnih povezav vztrajnosti. Pridobljeni rezultati vključujejo zgornje meje za rang eno-dimenzionalne vztrajnosti in ustrezne rekonstrukcijske rezultate. Potencialno računalniško zanimiv je preprost geometrijski kriterij, ki prepozna lokalne minimume funkcije d, ki povzročijo spremembo vztrajnosti. Zaključimo z dokazom, da lahko vsak lokalno izoliran minimum funkcije d zaznamo s pomočjo vztrajne homologije s selektivnimi Ripsovimi kompleksi. Rezultati te raziskave ponujajo prvo interpretacijo kritičnih vrednostih vztrajne homologije, (pridobljene preko Ripsovih kompleksov), za splošne kompaktne metrične prostore.

24

Tranzitivnost in slučajna cenzura

Avtor: Janko Gravner[1]

[1] *University of California Davis, Inštitut Andreja Marušiča*

Prepostavimo določeno število logičnih izrazov, ki so vsi med sabo ekvivalentni, ampak tega se ne zavedamo. Vemo pa za nekaj implikacij, ki predstavljajo našo začetno informacijo. To znanje potem poskušamo izpopolniti s tranzitivnostjo. Pri tem pa nam je v oviro muhasti cenzor, ki dovoli samo določene slučajno izbrane zaključke. Obravnavali bomo vprašanje, kdaj tranzitivno zaprtje z veliko verjetnostjo še vedno dovede do vseh dovoljenih zaključkov, ali vsaj do večine le-teh.

19

Razvoj motivacijskih spodbud za globinsko učenje skozi celovito obravnavo inženirskega problema

Avtorica: Melita Hajdinjak[1]

[1] *Univerza v Ljubljani, Fakulteta za elektrotehniko, Laboratorij za uporabno matematiko in statistiko*

V vseslovenskem projektu NA-MA POTI je bil odnos do naravoslovja prepoznan kot sestavni del naravoslovne pismenosti, katerega gradniki so zaupanje v znanost, vedoželjnost, veselje do raziskovanja ter zanimanje za poklice v naravoslovju in tehniki. Motivacijske spodbude, na osnovi katerih gradimo pozitiven odnos do naravoslovja (tj. osebne izkušnje, lastni interesi, kariera, uporabnost za življenje), se ujemajo z motivacijskimi spodbudami, na kateruh temelji globinsko učenje, ki vodi do učnih izidov v obliki višjih ravni znanja, kot sta npr. ustvarjalno in kritično mišljenje. Omenjene motivacijske spodbude pri pouku matematike na Fakulteti za elektrotehniko Univerze v Ljubljani razvijamo skozi celovito obravnavo realnih inženirskih problemov, s katerimi se aplikativni matematiki ukvarjamo v okviru raziskovalnega dela, ki poteka v sodelovanju z drugimi raziskovalnimi skupinami na fakulteti.

Prvi primer učne ure, ki jo bom predstavila, bodočim inženirjem elektrotehnike prikazuje, kako na fakulteti poteka razvoj motorjev s trajnimi magneti, ki se uporabljajo za pogon električnih/hibridnih vozil ter generatorjev električne energije za letala in vetrne turbine. Ta inženirski problem zahteva reševanje Laplaceovih in Poissonovih PDE. Drugi primer učne ure, ki ga bom predstavila, študente postavlja v sredino učnega procesa, saj daje študentom priložnost, da sami izberejo inženirski problem, ki bi ga pri pouku matematike (variacijski račun) želeli celovito obravnavati. Doseganje učnih ciljev, ki se nanašajo na motivacijske spodbude, preverjamo z anketo o doživljanju učne ure ter zapisovanjem misli.

25

Individualni razvoj škod s pomočjo strojnega učenja

Avtor: Bor Harej[1]

[1] *Prime Re Solutions*

Do danes se večina metod za rezerviranje zavarovalniški škod še vedno uporablja na podlagi zbirnih podatkov, ki so razvrščeni v trikotni obliki, kot je metoda veriženja. Z razmahom metod strojnega učenja in znatnim povečanjem računske moči izguba informacij, ki je posledica združevanja posameznih podatkov o škodah po letih nastanka in letih razvoja, ni več upravičena.

Uporabljena tehnika strojnega učenja, nevronske mreže, je bila izvedena na kaskadni trikotni način, podobno kot trikotne metode rezervacij, rezultati napovedi pa so bili primerjani z rezultati, doseženimi s klasičnimi metodami rezervacij. Ugotovitve omogočajo boljše razumevanje morebitne zapletenosti narave škodnih zahtevkov, opozarjajo na nekatere slabosti, ki bi jih lahko imele tradicionalne metode, in kažejo na velik potencial algoritmov strojnega učenja.

43

Plenarno predavanje

Profesor Plemelj in reševanje Hilbertovega 21. problema

Avtor: Milan Hladnik[1]

[1] *upokojeni profesor (UL FMF)*

Profesor Plemelj si je največjo slavo v mednarodni matematični skupnosti pridobil z rešitvijo Riemannovega problema, ki ga je Hilbert leta 1900 uvrstil na svoj seznam takrat še nerešenih pomembnih matematičnih problemov. Naloga sprašuje po sistemu linearnih diferencialnih enačb prvega reda (Fuchsovega tipa) z danimi singularnostmi in s predpisano monodromijsko grupo.

Plemelj je rešitev objavil v 35 strani dolgem članku v reviji Monatshefte für Mathematik und Physik leta 1908. Tri četrt stoletja je veljala za dokončno, nakar so ugotovili, da je na koncu članka, ko je skušal obliko rešitve še bolj poenostaviti, dokaz pomanjkljiv in da problem v celoti še ni rešen.

Predavanje je razdeljeno v tri dele. Najprej formuliramo Hilbertov 21. problem v moderni obliki, podamo nekaj matematičnega ozadja in pojasnimo osnovne pojme. V drugem delu sledi opis Plemljevega pristopa, ki se začne z reševanjem na prvi pogled nepovezanega robnega problema iz teorije analitičnih funkcij; rešitev le-tega vodi neposredno do rešitve (regularne verzije) Hilbertovega problema. Ta metoda je elegantna, dokaz pa kljub temu dolg, zahteven in zapleten. V predavanju predstavimo samo njegove glavne ideje in korake. Tretji del je namenjen zgodbi o nadaljnjem raziskovanju problema, kar je pred 40-imi leti privedlo do prvih dvomov v pravilnost Plemljeve rešitve (za Fuchsov primer), nato do odkritja napake v dokazu in nazadnje celo do konstrukcije protiprimera, ki ga je konec osemdesetih let našel ruski matematik Andrej Bolibruh. Vsekakor pa ta relativno nova dognanja nikakor ne zmanjšujejo pomena Plemljevi pionirski vlogi pri reševanju problema.

22

Matematični tabor - priprave na maturo

Avtorica: Nataša Jerman[1]

[1] *Gimnazija Poljane*

V Sloveniji je bila leta 1995 uvedena matura, ki pomeni eksterno preverjanje znanja iz petih predmetov. Obvezni so slovenščina, matematika in tuj jezik, dva predmeta sta izbirna. Matura je za dijake pomembna, saj je klasifikacijski izpit. Pomeni zaključek šolanja in je pomembna pri vpisu na fakultete, ki imajo omejitev (v večini primerov je 60% vredna matura in 40% uspeh v 3. in 4. letniku).

Matematika je obvezna za vse dijake, opravljajo jo lahko na dveh ravneh – na osnovni ali višji. Višja raven pomeni, da dijak lahko doseže več točk, število točk na maturi pa je pomembno za vpis na željeno fakulteto. Učitelji se seveda trudimo, da bi dijake kar se da najbolje pripravili na maturo in iščemo različne nove pristope. Leta 2010 smo se učitelji matematike na naši šoli odločili, da poskusimo z matematičnim taborom. Pri ideji tabora smo se srečali s kar nekaj izzivi. Časovno smo se odločili, da bo tabor tik pred maturo ter po zaključku šolskega dela dijakov, zato smo prvi tabor izvedli sredi maja 2011. Glede lokacije smo se odločili, da je nujno, da je stran od šole, stran od urbanega vrveža in lokalov nekje v naravi. Izbrali smo Bohinj. Vsi učitelji smo do tabora v šoli že ponovili vso snov za maturo, zato smo se na taboru odločili za drugačen način dela. Dijaki so delali v skupinah ter imeli na voljo pomoč učitelja. V Bohinju smo rezervirali CŠOD Bohinj, ki izvaja šolske in obšolske dejavnosti, cena za polni penzion je ugodna. Dom je tik ob jezeru, v naravi. Glede na kapacitete doma, je na tabor lahko šlo 90 dijakov in 6 učiteljev.

Po izvedbi prvega tabora smo ugotovili, da je tabor dober in od takrat naprej ga z manjšimi popravki nadaljujemo vsako leto (razen dveh koronskih, ko nismo smeli iti). Učitelji izvajamo tabor v svojem prostem času in brez honorarja, a nas mnenja dijakov o taboru ter naši vtisi o njem prepričajo, da delamo prav in da z delom nadaljujemo. Da je tabor dober se vidi tudi po tem, da so tudi druge šole začele izvajati podobne tabore. Merila, s katerim bi ugotovili, kako delo na taboru vpliva na rezultat na maturi, ni, edino, kar je možno ugotoviti je, da naši dijaki opravijo maturo iz matematike zelo uspešno.

31

Linearizacija viskoelastičnosti

Avtor: Martin Jesenko[1]

Soavtorja: Patrick Dondl ; Martin Kružík ; Jan Valdman

[1] *Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo*

Če zanemarimo notranje pojave, zadošča deformacija $y : [0,T] \times \Omega \to \mathbb{R}^d$ nelinearnega viskoelastičnega materiala v Kelvin-Voigtovi reologiji sledečih enačbam

$$\begin{aligned}
-\mathrm{div}\left(\partial_F W(\nabla y) + \partial_{\dot F} R(\nabla y, \nabla \dot y)\right) &= f \text{ na}[0,T] \times \Omega,\\
\left(\partial_F W(\nabla y) + \partial_{\dot F} R(\nabla y, \nabla \dot y)\right) n &= g \text{ na } [0,T] \times \Gamma_N,\\
y &= y_D \text{ na } [0,T] \times \Gamma_D,\\
y(0,\cdot) &= y^0 \text{ v } \Omega.
\end{aligned}$$

Pri tem:

- $[0,T]$ je časovni interval procesa,

- $\Omega \subset \mathbb{R}^d$ ($d = 2$ ali $d = 3$) je gladko omejeno območje, ki ustreza referenčni konfiguraciji,
- $W : \mathbb{R}^{d\times d} \to \mathbb{R}$ je gostota elastične energije,
- $R : \mathbb{R}^{d\times d} \times \mathbb{R}^{d\times d} \to \mathbb{R}$ je potencial disipacije,
- $\Gamma_D \cup \Gamma_N$ je disjunktna particija $\partial\Omega$, tako da ima Γ_D pozitivno $(d-1)$-dimenzionalno Hausdorffovo mero,
- $f : [0, T] \times \Omega \to \mathbb{R}^d$ je gostota telesnih sil,
- $g : [0, T] \times \Gamma_N \to \mathbb{R}^d$ je gostota površinskih sil.

Standarden prijem je časovna diskretizacija tega problema, ki ga nato pretvorimo v variacijsko obliko. Predstavili bomo dobljeni problem, njegove lastnosti in motivirali njegovo linearizacijo.

21

Fizika po gasilsko (vrvne tehnike in škripci)

Avtor: Marko Juretič[1]

[1] *Osnovna šola Lucijana Bratkoviča Bratuša Renče*

Sodobne nevrološke raziskave kažejo, da otroci potrebujejo spontano igro in gibanja po neravni površini, več socialnih odnosov. Samo tako se njihovi možgani pravilno razvijajo, bolj so organizirani, učljivi in dalj časa zbrani. Zaradi koordinacije in ravnotežja, ki ga razvijajo med gibanjem, usklajeno delujeta obe možganski polovici.
Pouk fizike v naravi smo v šolskem letu 2022/2023 v skladu z letnim delovnim načrtom šole izvedli 2. junija 2023. Izvajal se je na prizorišču Tabora preživetja (Vinišče) v strnjenem časovnem bloku med 8.30 in 11.30 v obliki samostojne fizikalne delavnice, v katero je bilo vključenih 12 učencev.
Različne delavnice so pripravili strokovni delavci za vse učence od 4. do 9. razreda. Temeljile so na izkustvenem učenju, doživljajski, gozdni in cirkuški pedagogiki, učenci čim bolj uporabijo okolje, v katerem se nahajajo, ga začutijo, doživijo in se ob tem učijo drug od drugega ter od narave. Izhodišča delavnic so utemeljena s cilji iz učnih načrtov.
Na delavnici so učenci v heterogeni skupini preko igre usvajali šolske vsebine fizike po metodi naravnega učenja. Naravno učenje je izkustveno učenje in vodi v otrokov trajnostni razvoj. Otroci potrebujejo svobodo, časovno in prostorsko. Potrebujejo stik s predmeti, z okoljem, s pravim življenjem, z ljudmi vseh starosti. Otroci hočejo razumeti, zakaj se nekaj zgodi in kako. O tem ne želijo le poslušati, ampak morajo to izkusiti. Naravno učenje ni načrtovano niti strukturirano, je del vsakdanjega življenja in se zgodi samo od sebe. Je najbolj učinkovito učenje, ker hkrati aktivira vse čute in zajame tudi čustva.
K sodelovanju smo za delavnico z vrvnimi tehnikami in škripci povabili Javni zavod za gasilsko in reševalno dejavnost-Gasilska enota Nova Gorica, ki je poklicna gasilska enota VI. Kategorije.
Gasilci se z deli oz. reševanjem na višini, strmini in globini srečujemo večinoma v urbanem okolju, na gradbiščih in v industriji, oz. povsod tam, kjer druge reševalne službe (gorska reševalna služba, jamarska reševalna služba) niso prisotne ali bi bil njihov odzivni čas predolg. V zadnjih letih se je v gasilstvo uvedlo precej sodobnih postopkov vrvnega reševanja, s tem pa tudi sodobna, izpopolnjena orodja nadomeščajo nekatera dosedanja, ki ne nudijo primerljive stopnje varnosti oz. zaščite pred zdrsi in padci (npr. uporaba sodobnih vrvnih zavor – desenderjev namesto osmic in vponk).
V sklopu delavnice smo v praksi preizkusili uporabo škripca, škripčevja in pripravili svoj lasten Zipline.
Učenci so pridobivali znanje, da je škripec orodje, s katerim lahko zmanjšamo silo, potrebno za dviganje bremena, ali pa preusmerimo smer sile. Sestavlja ga kolo z utorom za vrv ali pletenico. Napravo s škripci imenujemo škripčevje.
Kljub temu, da je z uporabo škripca potrebna manjša sila za dviganje bremena, pri dvigovanju bremena do iste višine opravimo enako delo, saj deluje sila na ustrezno daljši poti.
Spoznali so razliko med:
- pritrjeni škripec - kolo z utorom pritrdimo višje, kot je višina, do katere želimo breme dvigniti;
- gibljivi škripec - vrv pritrdimo višje, kot je višina, do katere želimo breme dvigniti;
- škripčevje - sestavljeno je iz gibljivega in pritrjenega škripca.

57

On Laplacians on infinite metric graphs

Avtor: Aleksey Kostenko[1]

Soavtorja: Delio Mugnolo ; Noema Nicolussi

[1] *Univerza v Ljubljani, Fakulteta za matematiko in fiziko*

Laplacian operators on graphs have a long history and enjoy deep connections to numerous branches of mathematics and mathematical physics. Laplacians on metric graphs, which are also widely known as quantum graphs, got a lot of attention during the last decades as simplified models of complicated quantum systems.
The main focus in this talk will be on the self-adjointness problem (a.k.a. quantum completeness) for the corresponding Laplacian. More specifically, we will discuss the relationship between one of the classical notions of boundaries for infinite graphs, graph ends, and self-adjoint extensions of the minimal Kirchhoff Laplacian on a metric graph.

Predstavitev plakatov (raziskovalno - aplikativna sekcija) / 44

Stohastični individualni razvoj škod

Avtor: Enej Kovač[1]

[1] *študent UL FMF*

(Po)zavarovalnica se v zameno za premijo obveže kriti finančne posledice morebitnih škod, kar zanjo predstavlja določeno obveznost. Ker je končna višina škod lahko precej časa neznana, jo mora (po)zavarovalnica čim bolje oceniti in oblikovati primerne rezervacije. Te zagotavljajo, da ima (po)zavarovalnica dovolj sredstev za poravnavo škod. Škodne rezervacije tako predstavljajo pomemben del obveznosti premoženjskih (po)zavarovalnic. V splošnem jih sestavljajo rezervacije za že prijavljene škode ter rezervacije za še ne prijavljene škode.

Metod za izračun rezervacij je veliko. Klasične, najstarejše metode so deterministične in namenjene predvsem izračunu točkovne ocene. Takšna ocena je najboljša možna, ne da pa občutka, do kakšnih odstopanj v praksi lahko pride. V tem primeru koristne rezultate ponudijo metode, ki uporabljajo stohastični pristop in tako omogočajo boljše razumevanje porazdelitve rezervacij. Spomnimo, da višina rezervacij ne more biti znana z gotovostjo, saj je končna višina škod neznana. Oba omenjena pristopa ponavadi temeljita na agregatnih podatkih celotnega portfelja. Ker se pri agregiranju nekaj informacij izgubi, nekatere metode uporabljajo individualni pristop. To pomeni, da uporabljajo individualne podatke in rezervacije izračunajo za individualne škode. Individualni pristop, sploh zaradi hitrega razvoja algoritmov, vedno pogosteje sloni na uporabi strojnega učenja. Metode, ki temeljijo na individualnem pristopu, povečini izračunajo le najboljšo oceno rezervacij, ne dajo pa nam občutka o njihovi porazdelitvi.

Predstavitev opisuje inovativno metodo, ki na pragmatičen način izračuna rezervacije za že prijavljene škode. Metoda hkrati sledi tako individualnemu, kot tudi stohastičnemu pristopu. S pomočjo informacij preteklih škod oblikuje stohastične napovedi razvojev individualnih škod. Pri tem, poleg končnih višin škod napove tudi pripadajoče razvoje likvidiranih in nastalih vrednosti. Za razliko od večine obstoječih metod pri tem uporablja informacije individualnih škod, in sicer tako informacije o likvidiranih kot tudi nastalih vrednostih.

Predlagana metoda je ovrednotena na sintetičnih portfeljih z različnimi sestavami. Portfelji vsebujejo škode dveh različnih tipov, vsako škodo pa predstavljata simulirana razvoja likvidiranih in nastalih vrednosti. Izhodišče za primerjavo so dejanske vrednosti sintetičnih podatkov ter napovedi metode veriženja—ene najbolj znanih metod za izračun rezervacij. Ta izbira metode nam omogoča primerjavo tako točkovnih ocen, kot tudi njihovih porazdelitev. V primeru homogenih portfeljev so napovedi obeh omenjenih metod primerljive s pravimi vrednostmi sintetičnih podatkov. Ker pa predlagana metoda uporablja informacije individualnih škod, so njene napovedi precej boljše v primeru nehomogenih portfeljev.

46

Parcialne preslikave, polgrupe in teorija dualnosti

Avtorica: Ganna Kudryavtseva[1]

[1] *Univerza v Ljubljani, Fakulteta za matematiko in fiziko*

V nekaterih vejah matematike, kot na primer v diferencialni geometriji, je pogosto naravno obravnavati bijektivne preslikave med različnimi množicami ali med podmnožicami neke univerzalne množice, tj. parcialne preslikave. Abstraktno algebraično orodje za obravnavo parcialnih preslikav so inverzne polgrupe in njihove neregularne posplošitve, ki jih imenujemo omejitvene polgrupe in Ehresmannove polgrupe. V predavanju bom predstavila nekaj svojih prispevkov k razvoju teorije teh algebraičnih objektov. Osredotočila se bom na dve smeri.

Prva smer je teorija dualnosti za etalne topološke in breztočkovne kategorije, ki je skupno delo z Markom Lawsonom. Slednje posplošijo etalne grupoide, ki so uveljavljeno orodje v teoriji □*-algeber, kjer so gledani kot nekomutativni topološki in breztočkovni prostori.

Druga smer je strukturna teorija inverznih, omejitvenih in Ehresmannovih polgrup. V skupnem delu s Karlom Auingerjem in Mario B. Szendrei smo našli geometrijski model za določene univerzalne □-inverzne monoide preko Cayleyjevih grafov pripadajočih grup. Ta temeljni rezultat posploši in združi dva klasična rezultata o Birget-Rhodesovi in Margolis-Meakinovi razširitvi grupe. Za konec bom predstavila parcialna delovanja grup in monoidov ter njihovo vlogo v teoriji inverznih, omejitvenih in Ehresmannovih polgrup.

52

Plenarno predavanje

Profesor Josip Plemelj - življenjska zgodba izjemnega človeka

Avtor: Boštjan Kuzman[1]

[1] *Univerza v Ljubljani, Pedagoška fakulteta*

Profesor Josip Plemelj (1873-1967), rojen na Bledu, je bil izjemen matematik, prvi rektor univerze v Ljubljani in ena ključnih osebnosti za razvoj sodobne znanosti in akademskega okolja v Sloveniji. Njegovo pestro znanstveno in tudi dolgo življenjsko pot so zaznamovale številne zgodovinske okoliščine, ki so današnjim generacijam neznane: šolanje v nemški (avstro-ogrski) gimnaziji v Ljubljani, študij in začetek akademske kariere na Dunaju, podoktorski študij v Berlinu in Gottingenu, mednarodna uveljavitev in karierni vzpon v Černovicah (današnja Ukrajina), prva svetovna vojna v zaledju ruske fronte, vzpostavljanje ljubljanske univerze in študija matematike v Kraljevini SHS, raziskovalni zaton, druga svetovna vojna in poučevanje v obdobju po njej. Ob pripravi kratkega dokumentarnega filma ob 150-letnici rojstva sem skupaj z režiserjem Miranom Zupaničem zbral precej arhivskega gradiva, s katerim bom poskusil oživeti duh časa in življenjsko zgodbo tega izjemnega človeka.

37

Vztrajna homologija in rekonstrukcijski rezultati

Avtor: Boštjan Lemež[1]

Soavtor: Žiga Virk [2]

[1] *Univerza v Ljubljani, Fakulteta za matematiko in fiziko*

[2] *Univerza v Ljubljani, Fakulteta za računalništvo in informatiko*

Računska topologija se ukvarja z algoritmičnimi rešitvami topoloških problemov. V tem okviru se je vztrajna homologija v kratkem času izkazala za eno izmed najučinkovitejših metod v topologiji, računalništvu in ostalih znanostih. Vztrajna homologija je naravna posplošitev homologije in je v nekem smislu njena funktorialna verzija, ki ju uporabimo na filtracijah. Vztrajna homologija nam poda ne le topološke, ampak tudi geometrijsko informacije o prostoru. Proučuje celoten spekter homoloških grup po vseh nivojih, vključno s povezavami med temi nivoji. Prav tako lahko z primerno omejitvijo koeficientov dosežemo ravninsko prezentacijo vztrajne homologije z vztrajnostnim diagramom ali s črtno kodo, kar je uporabno pri analizi podatkov iz drugih ved v znanosti. Pomembna lastnost teh diagramov je, da so stabilni za majhne spremembe prostorov.

Selektivni Ripsov kompleks je posplošitev Vietoris-Ripsovega simplicialnega kompleksa, kjer imamo, namesto enega parametra, zaporedje parametrov. Osredotočili se bomo na rekonstrukcije metričnih prostorov do homotopskega tipa s pomočjo selektivnega Ripsovega kompleksa. Njegove lastnosti nam omogočajo detektirati več lokalnih lastnosti, kot z Vietoris-Ripsovim kompleksom.

Pokazali bomo tudi ozadje glavnega rekonstrukcijskega rezultata s selektivnimi Ripsovimi kompleksi, ki se glasi:
Naj bo X sklenjena Riemannova mnogoterost. Tedaj obstajajo parametri $r_i > 0$, da za vsako končno množico S, ki je dovolj blizu X (glede na Hausdorffovo metriko) velja, da je selektivni Ripsov kompleks na S (s parametri r_i) homotopsko ekvivalenten X.

17

S programiranjem v matematiko in z matematiko v programiranje

Avtor: Matija Lokar[1]

[1] *Univerza v Ljubljani, Fakulteta za matematiko in fiziko*

Cilj prispevka je pokazati, kako navezati učenje programiranja in učenje matematike. Tako se ob učenju matematike lahko spoznamo z določenimi programskimi koncepti in ob spoznavanju programerskih konceptov učencem ali dijakom pokažemo določene matematične pojme. Gre več kot za medpredmetno sodelovanje, saj posamezne dejavnosti niso ločene, ampak vsebujejo vedenje iz obeh področij.

Poglejmo si zgled dejavnosti. Z učenci rešujemo nalogo določiti približek za število π. Naključno izbiramo točke v kvadratu 1×1 in štejemo, koliko teh točk je za manj kot 1 oddaljenih od levega spodnjega oglišča kvadrata. Če izberemo res veliko točk, lahko tako pridemo do približka za število π. Poglavitno pri dejavnosti je, da prepleta kar nekaj matematičnih in računalniških tem. Tako s področja matematike lahko govorimo o statističnem določanju verjetnosti, o razdalji med dvema točkama, o ploščini kroga … S področja računalništva obravnavamo uporabo funkcije iz modul, psevdo naključna števila, zanko s štetjem … Uro lahko izvedemo v sklopu pouka matematike ali pa v sklopu ure računalništva.

Drug zgled je pobran iz projekta ScratchMATH, kjer so zbrana številna gradiva, ki prepletajo pouk matematike in računalništva v drugi triadi osnovne šole. Šesti modul projekta je naslovljen Koordinate in geometrija. Ob spoznavanju matematičnih pojmov koordinat, zrcaljena, translacije in drugih se učenci spoznavajo tudi z računalniškimi pojmi kot so pojem funkcije, kot skupka ukazov, dekompozicije problema, pojma dogodkov, kontrolnih struktur …

Predstavili bomo tudi spletno učilnico, kjer zbiramo številna tovrstna gradiva in ideje ter mnenja učiteljev, ki so uporabljali ta gradiva in tudi prispevali nove ideje.

26

Uporaba matematike v industriji

Avtor: Primož Lukšič[1]

[1] *Abelium d.o.o.*

Podjetje Abelium je bilo ustanovljeno s ciljem uporabiti pridobljeno znanje matematike in računalništva za reševanje zahtevnejših problemov iz industrije. V petnajstih letih delovanja smo sodelovali na več deset raziskovalno-razvojnih projektih ter zaposlili več kot 20 diplomantov in doktorandov matematičnih smeri, ob tem pa vseskozi vlagamo v razvoj novih kadrov in skrbimo za promocijo matematike (z organizacijo konferenc, s podporo matematičnim tekmovanjem …).

Na predavanju bo prikazano, kako nam je pridobljeno matematično znanje pomagalo pri reševanju konkretnih problemov iz industrije – od razpoznavanja objektov, optimizacije zimske službe in prevozov potnikov do razreza materiala in zagotavljanja natančnih podatkov za distribuirana omrežja. Dotaknili pa se bomo tudi vprašanja dodane vrednosti, ki jo diplomanti matematike lahko ponudijo na trgu dela.

35

Glava, telo in srce

Avtor: Tinka Majaron[1]

[1] *OŠ Vodmat, Ljubljana*

Znanstveno je dokazano, da je za celostni razvoj potrebno poskrbeti za glavo (razvoj možganov), telo (zadostno količino gibanja) in srce (umetniško ustvarjanje in še marsikaj). Z radovednim proučevanjem že obstoječe literature in poosebljanjem dobrih praks vsekakor lahko najdemo ali izumimo vaje, ki razvijajo vse našteto in so uporabne tudi pri matematiki. V tem prispevku je predstavljena moja osebna pot do matematike, ki postane vzgojni predmet.

Predstavitev plakatov (pedagoška sekcija) / 56

Predstavitev naravoslovnega dne z merjenjem v bližini šole

Avtorica: Petra Mirt[1]

[1] *OŠ Podčetrtek*

V neposredni bližini naše šole (OŠ Podčetrtek) se nahaja soteska z imenom Svinjski graben. Vsako leto osmošolci obiščejo to območje in tam raziskujejo ter predvsem merijo.
Naravoslovni dan se prične z uvodno uro v učilnici, kjer učenci ugotovijo, da bodo brez računal ter daljših metrov izmerili dolžine, hitrost, višine, razdalje in celo težni pospešek. V tem obdobju gravitacijskega pospeška na Zemlji sicer ne poznajo, vendar je učencem v izziv čimbolj se približati približku ali pa najboljši vrednosti glede na ostale skupine, drug oddelek ali celo glede na oddelek (generacijo) iz prejšnjih let. V tej šolski uri torej izvejo, da bodo kot pripomoček na terenu uporabili le štoparico (zaradi prepovedi mobilnih naprav v naši šoli smo kupili preproste štoparice) ter

geotrikotnik. Do druge šolske ure izmerijo svoj povprečen korak, ter si ga napišejo na svoj učni list. Razdelimo tudi funkcije po skupinah in nato se akcija prične.
Pri prvi točki učenci s pomočjo vezave vrvic iz bršljana na tleh s koraki izmerijo približno višino mostu nad potočkom, S tega mostu spuščajo kamne, ki jih naberejo med potjo ter s štoparico merijo čas padanja. Pri drugi točki učenci grejo do svojega dela potočne struge, kjer merijo čas gibanja drevesnega listka na približno dolžini treh metrov. Vse razdalje si morajo učenci sami označiti s pomočjo palčk in s pomočjo svojih korakov. Za tretjo točko si učenci na istem delu struge izberejo mesto, kjer izmerijo povprečni prečni presek struge, da lahko izračunajo potočni profil in pri četrti točki vodni pretok. Pri peti točki izberem vejo drevesa, kjer učenci s pomočjo storžev ali manjših paličic ter s štoparico izmerijo čas gibanja storžev (paličic) od veje do tal. Pri šesti točki izberem drevo, kjer učenci s koraki izmerijo približno oddaljenost opazovalca od drevesa. Hkrati določijo tudi višino palice ter opazovalca, saj s pomočjo pravilnih trikotnikov in razmerij v učilnici izračunajo višino opazovanega drevesa.
Zaključek naravoslovnega dne se odvija zopet v učilnici po opravljenih vseh nalogah na terenu in hkrati gibanju, saj naredimo lep krog tudi mimo gradu Podčetrtek. V peti šolski uri učenci z računali določajo povprečne vrednosti merjenih časov ter dolžin kjer je to potrebno. Uporabijo zapisane enačbe, da izračunajo zahtevane količine. Pri tem njihove rezultate vpisujem na tablo, da na koncu tudi izračunamo povprečne vrednosti vseh skupin skupaj oziroma celega oddelka in nato primerjamo rezultate, določamo absolutne napake, včasih pa tudi relativne. Učenci so pri tem motivirani, preko gibanja in aktivnega merjenja dosežemo cilje naravoslovnega dne in se še kaj novega naučimo.

53

Plenarno predavanje

Intelektualna mreža akad. dr. Josipa Plemlja

Avtor: Željko Oset[1]

[1] *Inštitut ASEF in Madžarska akademija znanosti, Inštitut za zgodovino*

Josip Plemelj (1873–1967) je kot tipičen pripadnik generacije, formirane pred prvo svetovno vojno v novo-humanističnem duhu, ohranjal stike s svojimi kolegi z ročno napisanimi pismi. Uspel je ohraniti svojo bogato zbirko prejetih pisem kljub številnim selitvam (z Bleda v Ljubljano, nato na Dunaj, Berlin, Göttingen, Černovice, spet Dunaj in naposled v Ljubljano in s počitniškim bivanjem na Bledu) in dvema svetovnima vojnama. Pisanju pisem je posvečal veliko pozornosti, kar je razvidno iz ohranjenih konceptov pisem, za katera je izvedel redakcijo, jih prepisal ter nato odpremil v brezhibni obliki. V njegovi zapuščini so ohranjena pisma, ki jih je prejel od več kot 350 institucij in posameznikov, med katerimi po številčnosti izstopajo nemško govoreči matematiki, pripadniki nemškega matematičnega sveta. Po obsegu in dolgotrajnosti dopisovanja izstopa korespondenca s prof. dr. Georgom Fabrom (1877–1966), matematikom, sodobnikom, ki ga je spoznal med svojim študijem v Göttingenu, ter rektorjem Tehniške univerze v Münchnu v študijskem letu 1945/46. V najbolj ustvarjalni dobi matematikov so bile izmenjave redke, omejene na kolegialne pozdrave in voščila; pred prvo svetovno vojno je bila pobuda na Fabrovi strani, po njej na Plemljevi. Zaradi velike Plemljeve radovednost o stanju v nemškem svetu matematike, o modernih trendih, o bitju in žitju kolegov, na drugi strani pa Fabrovi upokojitvi korespondenca postane po drugi svetovni vojni redna in vsebinsko bogata. Veliko pozornosti sta matematika posvečala smislu življenja, staranju ter sanjarjenju o vnovičnem srečanju. Do osebnega srečanja med kolegoma pride po več kot petdesetih letih dopisovanja, številnih vabil na srečanje, ob priložnosti Plemljevega prevzema diplome dopisnega člana Bavarske akademije znanosti. Korespondenčni stiki z matematiki so pomembno prispevali k izpolnitvi Plemljevega cilja po prihodu na Univerzo v Ljubljano: dvigniti matematiko na evropsko raven.

Predstavitev plakatov (raziskovalno - aplikativna sekcija) / 45

P(izraz|gramatika)

Avtor: Urh Primožič[1]

[1] *študent UL FMF*

V delu je predstavljena uporaba verjetnostnih kontekstno-neodvisnih gramatik v simbolni regresiji. Podana je formalna definicija izraza v teoriji gramatik, ki tvorijo algebraične enačbe s prostimi konstantami. Podan je problem izračuna verjetnosti tvorbe podanega izraza s podano gramatiko. Predstavljen je splošni rezultat o neizračunljivosti verjetnosti in algoritmične rešitve za posebne družine gramatik.

Predstavljeno delo je avtorjeva diplomska naloga, ki je nastala pod mentorstvom prof. dr. Ljupča Todorovskega in somentorstvom asist. dr. Mateja Petkovića in je v letu 2022 prejela fakultetno Prešernovo nagrado Fakultete za matematiko in fiziko Univerze v Ljubljani.

33

Verjetnost brez mere

Avtor: Martin Raič[1]

[1] *Univerza v Ljubljani, Fakulteta za matematiko in fiziko*

Teorija mere je temeljni kamen sodobne teorije verjetnosti, z bolonjsko reformo pa se je morala prva umakniti s seznama predmetov, ki jih študenti absolvirajo, preden poslušajo verjetnost. Kako torej verjetnost spredavati na matematično korekten način, ne da bi študenti poznali teorijo mere? Težave nastopijo, brž ko izstopimo iz varnega diskretnega sveta. Kaj je sploh slučajna spremenljivka? Kaj je njena porazdelitev? Kaj je gostota porazdelitve? Kako definirati pričakovano vrednost, da bodo njene osnovne lastnosti intuitivno jasne in ne le zajec iz klobuka?

Odgovor na to ni enoznačen ter je zelo odvisen od matematične orientiranosti in predznanja študentov. Rešitve, ki se pojavijo na prvo žogo, niso nujno matematično korektne in tega se mora zavedati vsaj predavatelj, če ne že študenti. Predavanje bo predstavilo nekaj možnih rešitev, med drugim tudi Daniellov integral, ki ima vso moč Lebesgueovega integrala, obenem pa je intuitivno zelo nazoren in ne zahteva teorije mere. Uporabimo ga lahko tako pri definiciji gostote kot tudi pričakovane vrednosti.

28

O solitonih

Avtor: Pavle Saksida[1]

[1] *Univerza v Ljubljani, Fakulteta za matematiko in fiziko*

V predavanju bom orisal pojem solitona oziroma osamljenega vala. Solitoni so posebna vrsta rešitev nekaterih integrabilnih nelinearnih parcialnih diferencialnih enačb. Integrabilne enačbe so nelinearne diferencialne enačbe, ki so v nekem natanko določenem smislu dovolj simetrične, da jih vsaj načeloma lahko eksplicitno rešimo. Take enačbe so zelo redke in tako so tudi solitoni nenavaden in redek, a pomemben pojav v naravi. Morda najbolj znani primeri solitonov so cunamiji.

Najprej bom na kratko predstavil zgodovino odkritja solitonov ki sega v 19. stoletje. Nato bom izpeljal dve solitonski rešitvi; prva je potujoča rešitev Korteweg - de Vreisove enačbe, druga pa sinus-Gordonove enačbe. Na koncu si bomo ogledali presenetljivo lastnost solitonov; posamezne solitone neke enačbe lahko namreč na nelinearen način “seštevamo” v večsolitonske rešitve te enačbe.

50

Polinomi in pomoč sodobne IKT tehnologije

Avtor: Miha Simončič[1]

[1] *Srednja tehniška in poklicna šola Trbovlje*

V današnjem času nam je sodobna tehnologija pri poučevanju v veliko pomoč. Predvsem pri pouku matematike in nalog iz polinomov. Dijaki se z njimi srečajo v tretjem letniku srednje šole. Potrebni so številni izračuni (ničle, začetna vrednost, obnašanje grafa daleč od koordinatnega izhodišča, …). Nato je potrebno polinom še grafično narisati v pravokotni koordinatni sistem. Pred pojavom sodobne IKT tehnologije so bile to kar precejšnje težave. Danes pa dijakom pomagajo številni matematični programi, kot so Geogebra online, Desmos graphing, Photomath, Cabri geometrie.Uporaba teh programov je dokaj enostavna. Dijak vpiše predpis polinoma in program sam izriše graf. Poleg tega, lahko dijak še preveri izračune za ničle, začetno vrednost, obnašanje grafa daleč od koordinatnega izhodišča. Takšna uporaba sodobne IKT tehnologije se lahko uporabi med poukom samim ali pa kot pomoč pri reševanju domačih nalog. Pri pouku se takrat dijakom izrecno dovoli uporaba mobilnih telefonov in ob nadzoru učitelja uporabljajo matematične aplikacije, kot pomoč pri reševanju nalog iz polinomov. Tako dijaki tudi ne potrebujejo rešitev nalog, saj jim sami matematični programi narišejo in izračunajo postopke in rešitve nalog. Tudi med samo učiteljevo razlago, je sodobna tehnologija v veliko pomoč. Učitelj nariše graf polinoma na tablo in nato preveri njegovo natančnost s pomočjo sodobnih matematičnih aplikacij. Učitelj lahko preveri tudi natančnost izračunov in samo natančnost narisanega grafa. Menim, da moramo sodobno IKT tehnologijo uporabiti nam v prid. Danes ne moremo več brez nje in jo najdemo na vsakem koraku. Če pa jo pravilno uporabimo, predvsem pri poučevanju, lahko naredimo matematiko dijakom še bolj zanimivo in privlačno.

Ključne besede: polinomi, Desmos, Geogebra, IKT, sodobna tehnologija.

47

Konveksnost v kompleksni analizi

Avtor: Marko Slapar[1]

[1] *Univerza v Ljubljani, Pedagoška fakulteta*

Različne vrste pojma konveksnosti so ključne pri študiju kompleksne analize. Predstavil bom osnovne definicije polinomske in racionalne konveksnosti v $\mathbb{C}^n$ ter predstavil nekatere primere in lastnosti polinomsko in racionalno konveksnih kompaktov.

20

Natančne predstavitve delov sfere nad Platonskimi telesi s pomočjo racionalnih S-ploskev

Avtorica: Ada Šadl Praprotnik[1]

Soavtor: Jan Grošelj [2]

[1] *Inštitut za matematiko, fiziko in mehaniko*

[2] *Univerza v Ljubljani, Fakulteta za matematiko in fiziko*

Večstranske Bézierjeve ploskve, imenovane tudi S-ploskve, podajajo poenoten okvir za predstavitev trikotnih in tenzorskih Bézierjevih ploskev, hkrati pa predstavljajo njihovo posplošitev. S-ploskev lahko definiramo nad poljubno n-strano konveksno poligonsko domeno, $n \geq 3$, dobimo pa jo tako, da domenski n-kotnik najprej vložimo v simpleks dimenzije $n-1$, nato pa nad dobljenim simpleksom definiramo racionalno Bézierjevo ploskev več spremenljivk stopnje d. Tristrane S-ploskve pravzaprav ustrezajo trikotnim Bézierjevim krpam, štiristrane S-ploskve pa so tesno povezane z Bézierjevimi ploskvami iz tenzorskega produkta.

Na tem predavanju bomo S-ploskve uporabili za natančne predstavitve delov sfere, ki se razpenjajo nad ploskvami sferi včrtanih Platonskih teles. Najprej bomo predstavili t.i. metodo kompozituma, ki nam z uporabo stereografske projekcije ter lastnosti Platonskih teles omogoča natančno predstavitev dela sfere v obliki S-ploskve. Nato bomo omenjeno metodo uporabili na ploskvah vseh petih Platonskih teles včrtanih v enotsko sfero. Dobljene S-ploskve bodo definirane nad 3, 4 ali 5 stranimi domenami, odvisno od izbire Platonskega telesa. Opisani pristop pravzaprav združuje dve že znani konstrukciji, ki temeljita na trikotnih in tenzorskih Bézierjevih ploskvah, hkrati pa predstavi tri nove ploskve, kar nam skupaj omogoča predstavitev celotne sfere nad vsemi petimi Platonskimi telesi.

41

MLFMF: Podatkovne množice za strojno učenje za formalizacijo matematike

Avtor: Ljupčo Todorovski[1]

Soavtorja: Andrej Bauer [1]; Matej Petković [1]

[1] *Univerza v Ljubljani, Fakulteta za matematiko in fiziko*

Predstavljamo *MLFMF*, zbirko podatkovnih množic za primerjalno analizo sistemov za priporočanje, ki se uporabljajo pri podpori formalizacije matematike s pomočniki za dokazovanje (angl. *proof assistants*). Ti sistemi pomagajo ljudem ugotoviti, kateri prejšnji vnosi (izreki, leme, aksiomi in podatkovni tipi) so uporabni pri dokazovanju novega izreka ali implementaciji novega vnosa.

Vsaka podatkovna množica v zbirki je zgrajena iz pripadajoče knjižnice formalizirane matematike, zapisane v pomočnikih za dokazovanje Agda ali Lean. Zbirka podatkovnih množic vključuje Mathlib (največjo knjižnico za Lean 4) in nekaj največjih Agdinih knjižnic: standardno knjižnico, knjižnico univalentne matematike Agda-unimath in knjižnico TypeTopology. Vsaka podatkovna množica predstavlja ustrezno knjižnico na dva načina: kot heterogeno omrežje in kot seznam s-izrazov, ki predstavljajo sintaksna drevesa posameznih vnosov v knjižnici. Omrežje vsebuje (modularno) strukturo knjižnice in reference med vnosi, medtem ko s-izrazi dajejo popolne in računalniku dostopne informacije o vsakem vnosu.

Poročamo o osnovnih rezultatih z uporabo standardnih vpetij grafov in besed, drevesnih ansamblov in algoritmov strojnega učenja, ki temeljijo na najbližjih sosedih. Podatkovne množice *MLFMF* zagotavljajo dobro podlago za nadaljnje raziskovanje in primerjalno analizo poljubnih pristopov strojnega učenja k formalizirani matematiki. Metodologija, uporabljena za pretvorbo knjižnic v omrežja in s-izraze, se zlahka uporablja tudi za druge knjižnice in druge pomočnike za dokazovanje. S skupno več kot 250 000 vnosi je to trenutno največja zbirka formaliziranega matematičnega znanja v obliki, primerni za uporabo algoritmov strojnega učenja.

39

Bibliometrična analiza znanstvenih člankov s področja igrifikacije pri pouku matematike

Avtor: Aleš Toman[1]

[1] *Univerza v Ljubljani, Ekonomska fakulteta*

V skladu z Evropsko digitalno agendo bodo morale vse izobraževalne ustanove za izboljšanje kakovosti izobraževanja izkoristiti prednosti IKT in drugih novih tehnologij, da bi obogatile poučevanje, izboljšale učno izkušnjo in povečale vključenost udeležencev izobraževanja. Digitalizacija izobraževanja ni potrebna le za izpolnjevanje novih zahtev trga dela, temveč tudi za zadovoljevanje potreb generacij učencev, dijakov in študentov, ki imajo edinstvene značilnosti digitalne dobe. Tradicionalni pristopi poučevanja zato morda ne ustrezajo učnim preferencam mladih, ki želijo aktivno sodelovati in soustvarjati svojo učno izkušnjo.

Sodelavci Ekonomske fakultete Univerze v Ljubljani smo v okviru Erasmus+ projekta DigiMates (*Development of Innovative, Gamified and Interactive Method for Advanced e-Teaching and E-learning of Skills*) razvijali metodo online učenja na podlagi iger, s katero ne bi le povečali zavzetost študentov v procesu online izobraževanja, temveč tudi spodbujali pridobivanje dodatnih veščin in omogočili virtualno mobilnost in mednarodno sodelovanje. S pomočjo kvantitativnih bibliometričnih metod smo pripravili obsežen pregled znanstvene literature s področja igrifikacije pouka in učenja na podlagi iger v visokem šolstvu. Za pridobivanje podatkov o člankih in citiranosti smo uporabili Web of Science.

Avtor predstavitve je enako analizo izvedel za področje igrifikacije in učenja na podlagi iger pri matematiki, da bi pridobil poglobljeno razumevanje literature s tega področja. Analiza porazdelitve objav je pokazala, da so znanstvene objave dobile zagon v letu 2011, ko je število objav in citatov začelo eksponentno naraščati. Identificiral je najpomembnejše avtorje in preiskal njihove karakteristike. Socitiranje člankov, avtorjev in revij ter analiza sočasnega pojavljanja ključnih besed sta pokazala, da lahko obstoječo literaturo razdelimo v različne vsebinske sklope, ki bodo podrobneje pojasnjeni v predstavitvi.

32

Fizika skozi čas: vzpostavitev interaktivnega muzeja za poučevanje in raziskovanje fizike)

Avtor: Primož Trontelj[1]

[1] *OŠ prof. dr. Josipa Plemlja Bled*

Prispevek predstavlja in analizira inovativen pristop k poučevanju fizike skozi vzpostavitev interaktivnega muzeja "Fizika skozi čas". Prispevek opiše koncept muzeja, vključno z izborom eksponatov, načinom prilagajanja vodenja glede na starostne skupine ter vplivom na učence različnih stopenj izobraževanja. Cilj projekta je spodbuditi razumevanje fizikalnih konceptov skozi zgodovinsko perspektivo, vključiti praktično eksperimentiranje ter omogočiti sodelovanje učencev in timsko delo.
Muzej je nastal kot rezultat sodelovanja med učiteljem fizike, učiteljico dodatne strokovne pomoči, knjižničarjema in nadarjenimi učenci. Ideja za muzej je prišla spontano, saj sva učitelj fizike in učiteljica dodatne strokovne pomoči med generalnim čiščenjem fizikalnega kabineta našla veliko starejših eksponatov, ki so se včasih uporabljali za poučevanje fizike. Pri izbiri in usposabljanju eksponatov je imel zelo pomembno vlogo nadarjen učenec 8. razreda, ki se tudi v prostem času ukvarja z eksperimentiranjem, predvsem na področju elektrike. Učenec je nekatere eksponate odnesel domov in jih popravil. Nekatere naprave so imele navodila v cirilici. Pri prevodu le-teh so nam pomagali učenci, ki so se preselili iz Ukrajine. Primeri eksponatov, ki smo jih uporabili so: več vrst tehtnic, galaktometer, več vrst termometrov, zrcalna škatla, kaleidoskop, različne štoparice, glasbene vilice, grafoskop s prosojnicami, različni elektroskopi, Wimshurstov influenčni stroj, drsni reostat, Ruhmkorffov induktor, modelček parnega stroja ... Raznovrstnost eksponatov je omogočila učencem, da se poglobijo v različna področja fizike, od mehanike do zvoka, svetlobe in elektromagnetizma.
Pri ustvarjanju interaktivnega muzeja "Fizika skozi čas" smo si prizadevali doseči izjemno usklajenost med različnimi sodelujočimi, da bi zagotovili kakovostno izkušnjo za vse učence. Učitelj fizike, knjižničarja in dva nadarjena učenca iz 8. in 9. razreda smo tvorili sodelujočo ekipo muzejskih vodičev, ki je združila različne spretnosti in znanja. Vsak posameznik je prispeval svoje veščine in izkušnje, kar je omogočilo oblikovanje celovitega pristopa k vodenju muzeja. Da bi omogočili razstavo vsem učencem, smo vzpostavili jasen urnik na vratih knjižnice, kjer so lahko razredniki prijavili svoj oddelek. Redno smo se sestajali in delili svoje izkušnje, izzive in ideje, kar je bilo ključno za prilagajanje vodenja in izboljšanje izkušnje učencev.
Pristop smo prilagodili glede na starost učencev, kar omogoča učno doživetje, ki je primerno za vsak razred od 1. do 9. Pomemben vidik vzpostavitve muzeja je bila prilagoditev vodenja in razstave glede

na starostne skupine učencev. Muzejska razstava se je začela s preprostimi eksponati, primernimi za prvošolce, kjer so se srečali s temeljnimi fizikalnimi pojmi, kot so masa, čas in sila. Postopoma smo napredovali do bolj kompleksnih eksponatov, ki so se dotikali konceptov, kot so elektrika, magnetizem in tlak za učence višjih razredov. Učenci nižjih razredov nekaterih poskusov niso izvajali sami, pač pa smo jih demonstrirali vodiči. Tako smo zagotovili, da so bili eksponati in vodenje ustrezni za vsako starostno skupino. Učenci so se tako lahko postopoma poglobili v zahtevnejše koncepte in se ob tem počutili udobno ter samozavestno. Učenci so tako imeli možnost na svoji ravni razumeti in doživljati fiziko.
Muzej "Fizika skozi čas" je bil zasnovan na temelju interaktivnega pristopa k učenju. Vsak eksponat je imel na mizi prilepljena jasna navodila za uporabo, ki so učence vodila skozi raziskovanje in eksperimentiranje. Na eni strani so učenci s knjižničarjema in razrednikom raziskovali stare knjige in uporabljali projektor in prosojnice z zanimivimi slikami iz vesolja, na drugi strani pa so ob vodenju učitelja fizike ali nadarjenega učenca sodelovali v poskusih s prej omenjenimi eksponati.
Načrtujemo, da bomo projekt v prihodnosti nadgradili in ga ponovili vsaka 4 leta, da bomo osvežili izkušnjo za nove generacije učencev. To bo omogočilo, da bo še več učencev doživelo čar fizike skozi eksperimentiranje, interaktivno učenje in raziskovanje.
Projekt "Fizika skozi čas" je jasen dokaz, da je inovacija ključna za preoblikovanje poučevanja in navduševanja učencev za učenje. S takšnim pristopom lahko presežemo meje tradicionalnega poučevanja. S povezovanjem zgodovinske perspektive, praktičnih eksperimentov, interaktivnih izkušenj in sodelovanja smo ustvarili okolje, kjer se učenci lahko učijo, raziskujejo in razvijajo. Ta projekt je spodbuda za vse učitelje, da razmišljajo izven okvirjev in ustvarjajo izkušnje, ki bodo učence navdušile za naravoslovje ter obogatile njihov izobraževalni proces.

Predstavitev plakatov (raziskovalno - aplikativna sekcija) / 40

Kvazikonformna kirurgija in Hermanovi kolobarji

Avtor: Beno Učakar[1]

[1] *študent UL FMF*

Predstavljen je način, kako konstruirati racionalno preslikavo, katere dinamika je na 2-povezanem območju biholomorfno ekvivalentna iracionalni rotaciji. Tak fenomen imenujemo Hermanov kolobar. Konstrukcijo izvedemo s pomočjo kvazikonformne kirurgije. Ta pristop temelji na kvazikonformnih preslikavah, ki so nekoliko bolj fleksibilna posplošitev biholomorfnih preslikav.

Predstavljeno delo je avtorjeva diplomska naloga, ki je nastala pod mentorstvom doc. dr. Uroša Kuzmana in je v letu 2022 prejela fakultetno Prešernovo nagrado Fakultete za matematiko in fiziko Univerze v Ljubljani.